

*I Giochi di Archimede - Gara Triennio*

21 novembre 2007

- 1) La prova consiste di 25 problemi; ogni domanda è seguita da cinque risposte indicate con le lettere A, B, C, D, E.
- 2) Una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono errate. Ogni risposta corretta vale 5 punti, ogni risposta sbagliata vale 0 punti e ogni problema lasciato senza risposta vale 1 punto.
- 3) Per ciascuno dei problemi devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia. NON È CONSENTITO L'USO DI ALCUN TIPO DI CALCOLATRICE.
- 4) Il tempo totale che hai a disposizione per svolgere la prova è un'ora e mezza. Buon lavoro e buon divertimento.

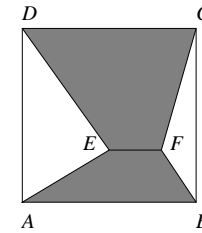
Nome \_\_\_\_\_ Cognome \_\_\_\_\_ Classe \_\_\_\_\_

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

- 1) Un calciatore riceve un compenso annuale di 6.000.000 Euro per il 2007. La durata di tempo in cui egli guadagna 1000 Euro è:  
 (A) minore di mezz'ora, (B) compresa tra mezz'ora e un'ora, (C) compresa tra un'ora e due ore, (D) compresa tra due ore e quattro ore, (E) maggiore di quattro ore.
- 2) Un triangolo equilatero e un quadrato hanno lo stesso perimetro. Quanto vale il rapporto tra la lunghezza di un lato del quadrato e quella di un lato del triangolo?  
 (A)  $\frac{1}{2}$ , (B)  $\frac{2}{3}$ , (C)  $\frac{3}{4}$ , (D) 1, (E)  $\frac{8}{3}$ .
- 3) Un giornale costa 0,90 Euro; a chi lo acquista viene offerto un supplemento facoltativo del costo di 1,50 Euro. A fine giornata sono state vendute 333 copie del giornale e l'incasso complessivo della vendita del giornale e dei relativi supplementi è stato di 539,70 Euro. Quanti supplementi sono stati acquistati?  
 (A) Non più di 66, (B) più di 67 e meno di 132, (C) più di 133 e meno di 200, (D) più di 201 e meno di 266, (E) più di 266.
- 4) Se  $a$  e  $b$  sono due numeri tali che  $a + b > 0$  e  $a \cdot b < 0$ , quale delle affermazioni seguenti è certamente vera?  
 (A)  $a > 0$  e  $b < 0$ , (B)  $a < 0$  e  $b < 0$ , (C)  $a > 0$  e  $b > 0$ , (D)  $a$  e  $b$  hanno segno diverso e tra i due quello positivo ha valore assoluto maggiore, (E)  $a$  e  $b$  hanno segno diverso e tra i due quello negativo ha valore assoluto maggiore.

5) Il numero  $\sqrt[3]{54} + \sqrt[6]{4}$  è uguale a:  
 (A)  $\sqrt[18]{58}$ , (B)  $\sqrt[9]{54 \cdot 4}$ , (C)  $\sqrt[6]{112}$ , (D)  $\sqrt[3]{56}$ , (E)  $4\sqrt[3]{2}$ .

6) Il quadrato  $ABCD$  disegnato a fianco ha il lato lungo 3 m. Il segmento  $EF$  è lungo 1 m ed è parallelo ad  $AB$ . Quanto vale l'area dell'esagono  $ABFCDE$ ?  
 (A)  $5 \text{ m}^2$ , (B)  $5,5 \text{ m}^2$ , (C)  $6 \text{ m}^2$ ,  
 (D)  $7 \text{ m}^2$ , (E)  $7,5 \text{ m}^2$ .



7) Una corsa in montagna di 13 km è stata vinta da un podista che ha impiegato 51 minuti per concludere la prova. Paolo, 57° classificato, ha impiegato 1 ora e 18 minuti. Ammettendo che Paolo abbia corso con velocità costante, a quale distanza dall'arrivo si trovava mentre il vincitore tagliava il traguardo?  
 (A) 3750 m, (B) 4000 m, (C) 4250 m, (D) 4500 m, (E) 4750 m.

8) Il numero  $\frac{2^{101} + 2^{93}}{2^{86} + 2^{78}}$  è uguale a:  
 (A)  $2^7 \cdot 5$ , (B)  $2^{13}$ , (C)  $2^{13} \cdot 3$ , (D)  $2^{15}$ , (E)  $2^{15} \cdot 17$ .

9) Sul pianeta Uru le settimane durano 8 giorni, i mesi (tutti indistintamente) durano 34 giorni e in un anno ci sono 14 mesi. Quando il primo giorno dell'anno cade di domenica (ultimo giorno della settimana) si celebra la Festa del Pianeta. Sapendo che oggi su Uru è la Festa del Pianeta, tra quanti giorni sarà la prossima?  
 (A) 238, (B) 476, (C) 952, (D) 1428, (E) 1904.

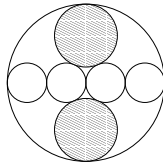
10) In un triangolo  $ABC$  scegliamo un punto  $D$  su  $AB$  e un punto  $E$  su  $AC$  in modo che la lunghezza di  $AD$  sia un terzo di quella di  $AB$  e la lunghezza di  $AE$  sia un terzo di quella di  $AC$ . Sapendo che l'area del triangolo  $ADE$  è  $5 \text{ m}^2$ , determinare l'area del quadrilatero  $BCED$ .  
 (A)  $10 \text{ m}^2$ , (B)  $20 \text{ m}^2$ , (C)  $25 \text{ m}^2$ , (D)  $30 \text{ m}^2$ , (E)  $40 \text{ m}^2$ .

11) In un paese abitano solo briganti, che mentono sempre, e cavalieri, che dicono sempre la verità. Un giornalista intervista quattro abitanti: Arturo, Bernardo, Carlo e Dario, che fanno le seguenti dichiarazioni. Arturo: "Bernardo è un brigante"; Bernardo: "Io sono l'unico cavaliere tra noi quattro"; Carlo: "Almeno uno tra Arturo e Dario è un brigante"; Dario: "Siamo 4 cavalieri". Quanti tra i quattro sono cavalieri?  
 (A) Nessuno, (B) uno, (C) due, (D) tre, (E) quattro.

12) Un produttore di dentifricio riduce di 20 grammi il contenuto di ciascun tubetto di dentifricio e ne lascia invariato il prezzo. Egli calcola che in questo modo il prezzo di un chilo di dentifricio aumenterà del 25%. Quanto dentifricio conteneva ciascun tubetto prima della riduzione?  
 (A) 100 g, (B) 120 g, (C) 125 g, (D) 150 g, (E) 160 g.

- 13) Quanto vale il resto della divisione di  $10(2007)^4 - 8(2007)^3 + 12(2007)^2 + 721$  per 669?  
 (A) 0, (B) 52, (C) 104, (D) 223, (E) 446.

- 14) Nella figura a fianco il raggio del cerchio più grande misura 20 cm. Quanto misura il raggio dei cerchi colorati in grigio?  
 (A) 5 cm, (B) 6 cm, (C) 8 cm, (D) 9 cm, (E) 10 cm.

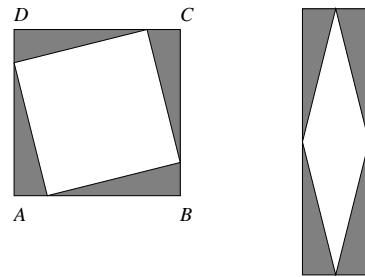


- 15) Il professor Victor tiene un corso a 10 studenti e all'inizio di ogni lezione compila il foglio del presenze scrivendo "presente" oppure "assente" a fianco del nome di ciascuno studente. Quanti sono i possibili fogli delle presenze distinti?  
 (A)  $10^2$ , (B)  $2^2 + 2^3 + 2^4$ , (C)  $10^3$ , (D)  $2^{10}$ , (E)  $10^4$ .

- 16) Andrea percorre una strada rettilinea alla velocità costante di 6 km/h; Marco percorre a velocità costante una strada parallela a quella di Andrea, distante da essa 12 m, in direzione opposta. Tra le due strade si trova un palo che dista 3 m dalla strada su cui è Andrea. Sapendo che in ogni istante il palo è allineato con le posizioni di Andrea e Marco, a che velocità si sta muovendo Marco?  
 (A) 2 km/h, (B) 3 km/h, (C) 12 km/h, (D) 18 km/h, (E) 20 km/h.

- 17) Quanti tra i numeri 2, 3, 5, 7 e 11 dividono  $371^4 - 41^4$ ?  
 (A) uno, (B) due, (C) tre, (D) quattro, (E) cinque.

- 18) Disponendo quattro triangoli rettangoli identici come nella figura di sinistra l'area del quadrato bianco è  $17 \text{ m}^2$ . Disponendoli invece come nella figura di destra, l'area del rombo bianco è  $8 \text{ m}^2$ . Quanto vale l'area del quadrato  $ABCD$ ?  
 (A)  $19 \text{ m}^2$ , (B)  $24 \text{ m}^2$ , (C)  $25 \text{ m}^2$ , (D)  $32 \text{ m}^2$ , (E)  $36 \text{ m}^2$ .



- 19) Claudio e Filippo hanno ciascuno una scacchiera con  $R$  righe e  $C$  colonne e hanno  $P$  pedine ciascuno. Claudio dispone tutte le sue pedine sulla propria scacchiera (ciascuna in una casella) in modo che 8 righe restino completamente vuote e ciascuna delle altre righe abbia esattamente 9 caselle vuote. Filippo dispone tutte le sue pedine sulla propria scacchiera (ciascuna in una casella) in modo che 12 righe restino completamente vuote e ciascuna delle altre righe abbia esattamente 6 caselle vuote. Quanto vale  $\frac{C}{R}$ ?  
 (A)  $\frac{3}{4}$ , (B) 1, (C)  $\frac{4}{3}$ , (D)  $\frac{5}{4}$ , (E) 2.

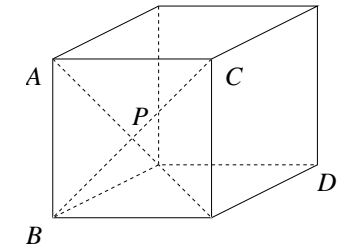
- 20) Alberto deve apparecchiare una tavola rotonda per sei persone e ha sei piatti bianchi e sei piatti neri a disposizione. Per ogni persona deve mettere uno e un solo piatto e può sceglierlo, arbitrariamente, di colore bianco oppure nero. Quanti modi distinti ha Alberto di apparecchiare la tavola? (Due tavole apparecchiate che differiscono solo per una rotazione non sono da considerarsi distinte).  
 (A) 12, (B) 13, (C) 14, (D) 16, (E) 18.

- 21) Qual è la sesta cifra decimale dopo la virgola del numero  $\frac{13^7 + \sqrt{3}}{10^5}$ ?  
 (A) 0, (B) 3, (C) 6, (D) 7, (E) 8.

- 22) Dopo la scuola Francesco invita i suoi amici a casa sua per studiare e fare merenda e dice: "Se saremo in pochi studieremo bene; se saremo in tanti mangeremo poco". Quale delle seguenti affermazioni è certamente vera secondo Francesco?  
 (A) Se si è in pochi si mangia molto, (B) per studiare bene è necessario essere in pochi, (C) se si studia male non si è in pochi, (D) se si mangia poco si è necessariamente in tanti, (E) se si è in tanti si studia male.

- 23) Due triangoli equilateri hanno il baricentro in comune e l'uno si ottiene dall'altro con una rotazione di 30 gradi. L'area della loro intersezione rappresenta una percentuale dell'area di uno dei triangoli che è:  
 (A) compresa tra il 50% e il 60%, (B) compresa tra il 60% e il 70%, (C) compresa tra il 70% e l'80%, (D) compresa tra l'80% e il 90%, (E) compresa tra il 90% e il 100%.

- 24)  $A, B, C$  e  $D$  sono quattro dei vertici di un cubo, come in figura, e il punto  $P$  è il centro della faccia che ha come vertici  $A, B$  e  $C$ . Il piano passante per  $A, P$  e  $D$  divide il cubo in due parti. Qual è il rapporto tra il volume della parte che contiene  $B$  e quello della parte che contiene  $C$ ?  
 (A)  $1/2$ , (B) 1, (C)  $3/2$ , (D) 2, (E) 3.



- 25) In una classe ci sono 9 alunni e uno di loro, Antonio, esce ogni giorno con un gruppo diverso di compagni di classe e ogni volta che esce ciascuno dei componenti del gruppo con cui si trova gli dà un Euro. Quanti Euro avrà guadagnato Antonio al termine di tutte le possibili scelte distinte di gruppi con cui uscire?  
 (A)  $2^7 \cdot 7$ , (B)  $2^3 \cdot 5^3$ , (C)  $2^{10}$ , (D)  $2^{11}$ , (E)  $2^8 \cdot 3^2$ .