

Prova di Matematica : Sistemi e problemi di I grado

Alunno: \_\_\_\_\_ Classe: **2F** L. Scienze Umane 16 dicembre 2023

<b>1. Verifica se la coppia a lato è soluzione del sistema</b>	$\begin{cases} 3x - y = 1 \\ x + 2y = 3 \end{cases} \quad (x = 1; y = 2) \quad \square \text{SI} \quad \square \text{NO}$	$\begin{cases} x - 3y = 9 \\ 2y + 7 = x \end{cases} \quad (x = 3; y = -2) \quad \square \text{SI} \quad \square \text{NO}$
--	---	--

**2. Stabilisci, senza risolverli, il tipo dei seguenti sistemi lineari (determinato, indeterminato, impossibile):**

$\begin{cases} 4x - 6y = 1 \\ 2x - 3y = 2 \end{cases}$ <p style="text-align: center;">Sistema</p> <hr style="width: 50%; margin: auto;"/> $\frac{a}{a'} = \quad \frac{b}{b'} = \quad \frac{c}{c'} =$	$\begin{cases} 2y - 3x + 2 = 0 \\ x - \frac{2}{3}y = \frac{2}{3} \end{cases}$ <p style="text-align: center;">Sistema</p> <hr style="width: 50%; margin: auto;"/> $\frac{a}{a'} = \quad \frac{b}{b'} = \quad \frac{c}{c'} =$	$\begin{cases} 4y - \frac{1}{2}x = 2 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$ <p style="text-align: center;">Sistema</p> <hr style="width: 50%; margin: auto;"/> $\frac{a}{a'} = \quad \frac{b}{b'} =$
--	---	--

**3. Risolvi i seguenti sistemi ognuno con due diversi metodi:**

$$\begin{cases} x + y = -1 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} 5x = 7 + 3y \\ \frac{4y + 3}{6} + x = 0 \end{cases}$$

4. Un albergo ha 100 camere di due tipologie, normale e lusso. Le camere lusso costano 120 € a notte, le camere normali 80 € a notte. In una giornata in cui l'albergo è al completo l'incasso è stato di 8800 €. Quante camere lusso e quante camere normali ha l'albergo?
5. Dodici anni fa l'età di Marco era un terzo dell'età che aveva Anna. Fra tre anni, l'età di Anna sarà il doppio di quella che avrà Marco. Determina le età attuali di Marco e Anna.

# Soluzione

<b>1. Verifica se la coppia a lato è soluzione del sistema</b>	$\begin{cases} 3x - y = 1 \\ x + 2y = 3 \end{cases} \quad (x = 1; y = 2) \quad \square \text{ NO}$	$\begin{cases} x - 3y = 9 \\ 2y + 7 = x \end{cases} \quad (x = 3; y = -2) \quad \square \text{ SI}$	
--	--	---	--

**2. Stabilisci, senza risolverli, il tipo dei seguenti sistemi lineari (determinato, indeterminato, impossibile):**

$\begin{cases} 4x - 6y = 1 \\ 2x - 3y = 2 \end{cases}$ Sistema <b>impossibile</b> $\frac{a}{a'} = 2 \quad \frac{b}{b'} = 2 \quad \frac{c}{c'} = \frac{1}{2}$	$\begin{cases} 2y - 3x + 2 = 0 \\ x - \frac{2}{3}y = \frac{2}{3} \end{cases}$ Sistema <b>indeterminato</b> $\frac{a}{a'} = -3 \quad \frac{b}{b'} = -3 \quad \frac{c}{c'} = -3$	$\begin{cases} 4y - \frac{1}{2}x = 2 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$ Sistema <b>determinato</b> $\frac{a}{a'} = -\frac{1}{4} \quad \frac{b}{b'} = 4$
---	---	--

**3. Risolvi i seguenti sistemi con un metodo a tua scelta:**

Metodo di sostituzione

$$\begin{cases} x + y = -1 \\ 2x + y = 1 \end{cases} \quad \left(\frac{a}{a'} = \frac{1}{2}\right) \neq \left(\frac{b}{b'} = \frac{1}{1} = 1\right) \quad \text{Sistema determinato}$$

$$\begin{cases} y = -1 - x \\ - \end{cases} \quad \begin{cases} 2x - 1 - x = 1 \\ 2x - x = 1 + 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2 \\ - \end{cases} \quad \begin{cases} y = -1 - 2 = -3 \\ - \end{cases} \quad (x = 2; y = -3)$$

La soluzione è  $(x = 2; y = -3)$ .

Metodo di riduzione

$$\begin{cases} 5x = 7 + 3y \\ \frac{4y + 3}{6} + x = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 5x - 3y = 7 \\ 6 \cdot \frac{4y + 3}{6} + 6 \cdot x = 6 \cdot 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 5x - 3y = 7 \\ 4y + 3 + 6x = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 5x - 3y = 7 \\ 6x + 4y = -3 \end{cases}$$

$$\left(\frac{a}{a'} = \frac{5}{6}\right) \neq \left(\frac{b}{b'} = -\frac{3}{4}\right) \quad \text{Sistema determinato}$$

$$\begin{matrix} 6 \cdot \begin{cases} 5x - 3y = 7 \\ 6x + 4y = -3 \end{cases} \\ 5 \cdot \begin{cases} 5x - 3y = 7 \\ 6x + 4y = -3 \end{cases} \end{matrix} \quad \begin{cases} 30x - 18y = +42 - \\ 30x + 20y = -15 = \\ -38y = 57; \end{cases} \quad \begin{cases} 38y = -57; \\ y = -\frac{57}{38} = -\frac{3}{2}. \end{cases}$$

$$\begin{matrix} 4 \cdot \begin{cases} 5x - 3y = 7 \\ 6x + 4y = -3 \end{cases} \\ 3 \cdot \begin{cases} 5x - 3y = 7 \\ 6x + 4y = -3 \end{cases} \end{matrix} \quad \begin{cases} 20x - 12y = +28 + \\ 18x + 12y = -9 = \\ 38x = +19; \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{19}{38} = \frac{1}{2}. \end{cases}$$

La soluzione è  $(x = \frac{1}{2}; y = -\frac{3}{2})$ .

**4. Un albergo ha 100 camere di due tipologie, normale e lusso. Le camere lusso costano 120 € a notte, le camere normali 80 € a notte. In una giornata in cui l'albergo è al completo l'incasso è stato di 8800 €. Quante camere lusso e quante camere normali ha l'albergo?**

Soluzione

Poniamo il numero delle camere lusso =  $x$  e il numero delle camere normali =  $y$ ,

$$x, y \in \mathbb{N} \quad \wedge \quad 0 < x < 100 \quad \wedge \quad 0 < y < 100.$$

Si ottiene il seguente sistema:

$$\begin{cases} x + y = 100 \\ 120x + 80y = 8800 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 100 \\ 3x + 2y = 220 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 100 - y \\ - \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3(100 - y) + 2y = 220 \\ - \end{cases} \quad \begin{cases} 300 - 3y + 2y = 220 \\ - \end{cases} \quad \begin{cases} -3y + 2y = 220 - 300 \\ - \end{cases}$$

$$\begin{cases} -y = -80 \\ - \end{cases} \quad \begin{cases} y = 80 \\ - \end{cases} \quad \begin{cases} x = 100 - 80 = 20 \\ - \end{cases} \quad \begin{cases} x = 80 \\ y = 80 \end{cases}$$

L'albergo ha 80 camere lusso e 20 camere normali.

5. Dodici anni fa l'età di Marco era un terzo dell'età che aveva Anna. Fra tre anni, l'età di Anna sarà il doppio di quella che avrà Marco. Determina le età attuali di Marco e Anna.

Soluzione

Poniamo l'età attuale di Marco =  $x$  e l'età attuale di Anna =  $y$ ,  $x, y \in \mathbb{N} \wedge x > 12 \wedge y > 12$ .

Si ha la seguente sintesi:

Persona	Età 12 anni fa	Età attuale	Età fra 3 anni
Marco	$x - 12$	$x$	$x + 3$
Anna	$y - 12$	$y$	$y + 3$

Si ottiene il seguente sistema:

$$\begin{cases} x - 12 = \frac{1}{3}(y - 12) \\ y + 3 = 2(x + 3) \end{cases} \quad \begin{cases} x - 12 = \frac{1}{3}y - 4 \\ y + 3 = 2x + 6 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x - 36 = y - 12 \\ -2x + y = 6 - 3 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x - y = 24 \\ -2x + y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x - y = 24 - \\ 2x - y = -3 = \end{cases}$$


---


$$x = 27;$$

$$\begin{cases} 2 \cdot \{ 3x - y = 24 \\ 3 \cdot \{ 2x - y = -3 \end{cases} \quad \begin{cases} 6x - 2y = +48 - \\ 6x - 3y = -9 = \end{cases}$$

$$y = 57.$$

L'età attuale di Marco è di 27 anni, mentre l'età attuale di Anna è di 57 anni.