Liceo "G. Galilei" Trebisacce
Anno Scolastico 2023-2024

Classe **2F Liceo Scienze umane** *6 aprile 2024*

Prova di Matematica: Radicali

Esegui le seguenti operazioni:

$\sqrt[6]{32} : \sqrt[4]{8}$ $\qquad$ $4^{\frac{3}{2}}$ $\qquad$ $\left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{2}{3}}$

Razionalizza i denominatori delle seguenti frazioni:

$\frac{3}{5\sqrt{6}}$ $\qquad$ $\frac{4}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$ $\qquad$ $\frac{3}{\sqrt[5]{4}}$

Semplifica la seguente espressione:

$$\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)^2 - \sqrt{32} + 2\sqrt{3}\cdot\left(\sqrt{2}-1\right) - \sqrt[2]{27} + 2\sqrt{8} \quad =$$

Semplifica i seguenti radicali:

$\sqrt{16x^6y^4}$ $\qquad$ $\sqrt{x^8(2x+1)^6}$ $\qquad$ $\sqrt{x^2+6x+9}$

Risolvi la seguente equazione:

$$(x-2)^2 = x\left(x-\sqrt{2}\right) + \left(\sqrt{2}-1\right)^2 ;$$

In un trapezio isoscele ABCD la base maggiore è i $\frac{5}{3}$ della base minore, l'altezza è $10\sqrt{3}\ cm$ e l'area $400\sqrt{6}\ cm$. Determina la misura del perimetro del trapezio.

Soluzione

1. Esegui le seguenti operazioni:

$\sqrt[6]{32} : \sqrt[4]{8} \;=\; \sqrt[6]{2^5} : \sqrt[4]{2^3} \;=\; \sqrt[12]{2^{10}} : \sqrt[12]{2^9} \;=\;=\; \sqrt[12]{2^{10} : 2^9} \;=\; \sqrt[12]{2}\,.$

$4^{\frac{3}{2}} = \sqrt[2]{4^3} \;=\; \sqrt[2]{(2^2)^3} \;=\; \sqrt[2]{2^6} \;=\; 2^3 \;=\; 8\,.$

$\left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{2}{3}} \;=\; \left(\frac{2}{1}\right)^{+\frac{2}{3}} \;=\; \sqrt[3]{2^2} \;=\; \sqrt[3]{4}\,.$

2. Razionalizza i denominatori delle seguenti frazioni:

$\frac{3}{5\sqrt{6}} \;=\; \frac{3}{5\sqrt{6}}\cdot\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} \;=\; \frac{3\sqrt{6}}{5\cdot 6} \;=\; \frac{\sqrt{6}}{10}$

$\frac{4}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} \;=\; \frac{4}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}\cdot\frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} \;=\; \frac{4\left(\sqrt{7}+\sqrt{5}\right)}{7-5} \;=\; \frac{4\left(\sqrt{7}+\sqrt{5}\right)}{2} = 2\left(\sqrt{7}+\sqrt{5}\right) = 2\sqrt{7}+2\sqrt{5}\,.$

$\frac{3}{\sqrt[5]{4}} \;=\; \frac{3}{\sqrt[5]{2^2}}\cdot\frac{\sqrt[5]{2^{5-2}}}{\sqrt[5]{2^{5-2}}} \;=\; \frac{3\sqrt[5]{2^3}}{\sqrt[5]{2^2\cdot 2^3}} \;=\; \frac{3\sqrt[5]{8}}{\sqrt[5]{2^5}} \;=\; \frac{3\sqrt[5]{8}}{2}\,.$

3. Semplifica le seguenti espressioni:

$\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)^2 - \sqrt{32} + 2\sqrt{3}\cdot\left(\sqrt{2}-1\right) - \sqrt[2]{27} + 2\sqrt{8} \quad =$

$= \quad 2+3-2\sqrt{6}-\sqrt{16}\cdot\sqrt{2}+2\sqrt{6}-2\sqrt{3}-\sqrt{9}\cdot\sqrt{3}+2\cdot\sqrt{4}\cdot\sqrt{2} \;=$

$= \quad 2+3-2\sqrt{6}-4\sqrt{2}+2\sqrt{6}-2\sqrt{3}-3\sqrt{3}+4\sqrt{2} \;=$

$= \quad 5-5\sqrt{3}\;.$

4. Semplifica i seguenti radicali:

$\sqrt{16x^6y^4} \;=\; \sqrt[2]{2^4x^6y^4} \;=\; 4|x^3|y^2\,.$

$\sqrt[2]{x^8(2x+1)^6} \;=\; x^4|2x+1|^3\,.$

$\sqrt{x^2+6x+9} \;=\; \sqrt[2]{(x+3)^2} \;=\; |x+3|$

5. Risolvi la seguente equazione:

$(x-2)^2 = x\left(x-\sqrt{2}\right) + \left(\sqrt{2}-1\right)^2\,;$

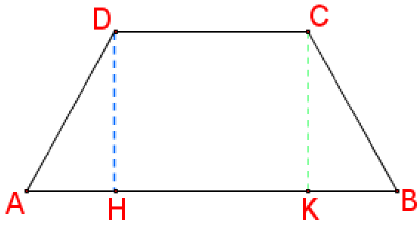
$x^2+4-4x = x^2-\sqrt{2}x+2+1-2\sqrt{2}\,;$

$\sqrt{2}x-4x = -4+2+1-2\sqrt{2}\,;$

$\left(\sqrt{2}-4\right)x = -1-2\sqrt{2}\,;$

$x = \frac{-1-2\sqrt{2}}{\sqrt{2}-4} \;=\; \frac{-1-2\sqrt{2}}{\sqrt{2}-4}\cdot\frac{\sqrt{2}+4}{\sqrt{2}+4} \;=\; \frac{-\sqrt{2}-4-4-8\sqrt{2}}{2-16} \;=\; \frac{-8-9\sqrt{2}}{-14} \;=\; \frac{8+9\sqrt{2}}{14}\;.$

6. In un trapezio isoscele ABCD la base maggiore è i $\frac{5}{3}$ della base minore, l'altezza è $10\sqrt{3}\ cm$ e l'area $400\sqrt{6}\ cm$. Determina la misura del perimetro del trapezio.



Soluzione

Poniamo la misura della base minore $\overline{CD} = x\,,\quad x > 0$. *Si ricava:* $\overline{AB} = \frac{5}{3}x$.

$S_{ABCD} = 400\sqrt{6}\ cm^2$;

$\frac{\overline{AB}+\overline{CD}}{2}\cdot\overline{DH} = 400\sqrt{6}$; $\qquad \frac{\frac{5}{3}x + x}{2}\cdot 10\sqrt{3} = 400\sqrt{6}$; $\qquad \frac{8}{3}x\cdot 5\sqrt{3} = 400\sqrt{6}$;

$\frac{40\sqrt{3}}{3}\,x = 400\sqrt{6}$; $\qquad x = \frac{400\sqrt{6}}{\frac{40\sqrt{3}}{3}}$; $\qquad x = 400\sqrt{6}\cdot\frac{3}{40\sqrt{3}}$; $\qquad x = 30\sqrt{2}$

$\overline{CD} = 30\sqrt{2}\ cm$; $\qquad \overline{AB} = \frac{5}{3}\cdot 30\sqrt{2}\ cm = 50\sqrt{2}\ cm$.

$\overline{KB} = \frac{\overline{AB}-\overline{CD}}{2} = \frac{50\sqrt{2}-30\sqrt{2}}{2}\ cm = 10\sqrt{2}\ cm$.

$\overline{BC} = \sqrt{\overline{KB}^2+\overline{KC}^2} = \sqrt{\left(10\sqrt{2}\right)^2+\left(10\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{200+300}\ cm = \sqrt{500}\ cm = 10\sqrt{5}\ cm$.

$p = \overline{AB} + 2\overline{BC} + \overline{CD} = \left(50\sqrt{2} + 2\cdot 10\sqrt{5} + 30\sqrt{2}\right) cm = \left(80\sqrt{2} + 20\sqrt{5}\right) cm$.