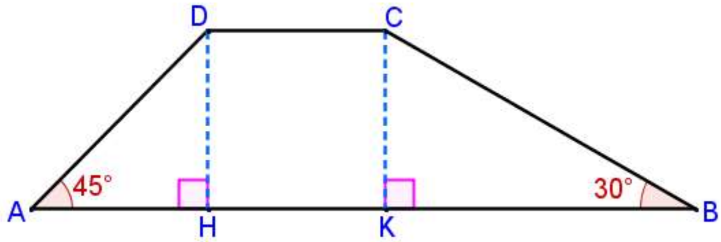
# *Prova di Matematica: **Problemi di geometria***

1. **In un triangolo rettangolo le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa misurano $4\ cm$ e $16\ cm$. Determina il perimetro e l'area del triangolo.**

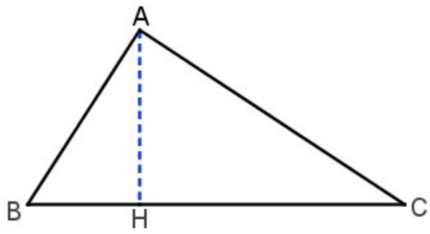
2. **Nel trapezio ABCD, nella figura a lato, la base minore è congruente all'altezza del trapezio che misura $10\ cm$. Determina il perimetro del trapezio.**




3. **Date le tre rette di equazioni: $x-2=0$ , $x-y-3=0$ , $y=-x+5$ .**
   a. **traccia i grafici delle tre rette;**
   b. **determina i punti di intersezione delle tre rette;**
   c. **determina il perimetro del triangolo delimitato dalle tre rette;**
   d. **determina l'area del triangolo delimitato dalle tre rette.**

# Soluzione

**1. In un triangolo rettangolo le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa misurano $4\ cm$ e $16\ cm$. Determina il perimetro e l'area del triangolo.**




*Soluzione*

$\overline{BC} = \overline{BH} + \overline{HC} = (4+16)\ cm = 20\ cm$.

*Applichiamo il 2° Teorema di Euclide al triangolo rettangolo ABC :*

$\overline{AH}^2 = \overline{BH} \cdot \overline{HC}$ ;

$\overline{AH} = \sqrt{\overline{BH} \cdot \overline{HC}} = \sqrt{4 \cdot 16}\ cm = \sqrt{64}\ cm = 8\ cm$.

*Applichiamo il Teorema di Pitagora al triangolo rettangolo ABH :*

$\overline{AB} = \sqrt{\overline{BH}^2 + \overline{AH}^2} = \sqrt{4^2 + 8^2}\ cm = \sqrt{16+64}\ cm = \sqrt{80}\ cm = \sqrt{16} \cdot \sqrt{5}\ cm = 4\sqrt{5}\ cm$ .

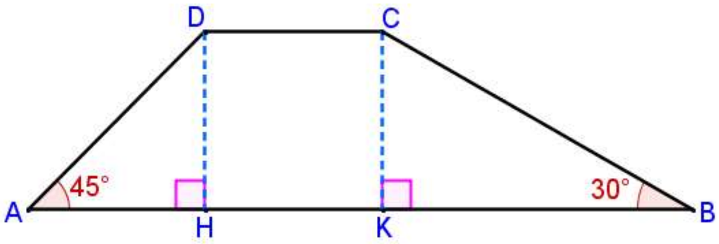
*Applichiamo il Teorema di Pitagora al triangolo rettangolo ACH :*

$\overline{AC} = \sqrt{\overline{HC}^2 + \overline{AH}^2} = \sqrt{16^2 + 8^2}\ cm = \sqrt{256+64}\ cm = \sqrt{320}\ cm = \sqrt{64} \cdot \sqrt{5}\ cm = 8\sqrt{5}\ cm$ .

$p = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} = \left(4\sqrt{5} + 20 + 8\sqrt{5}\right) cm = \left(20 + 12\sqrt{5}\right) cm$.

$$S_{ABC} = \frac{\overline{BC} \cdot \overline{AH}}{2} = \frac{20 \cdot 8}{2}\ cm^2 = 80\ cm^2 .$$

**2. Nel trapezio ABCD, nella figura a lato, la base minore è congruente all'altezza del trapezio che misura $10\ cm$. Determina il perimetro del trapezio.**




*Soluzione*

*Essendo l'angolo* $\hat{A} = 45°$ *e il triangolo ADH rettangolo in H, anche* $A\hat{D}H = 45°$ .

*Pertanto il triangolo ADH è rettangolo e isoscele sulla base AD. Quindi:* $\overline{AH} = \overline{DH} = 10\ cm$ .

*Applichiamo il Teorema di Pitagora al triangolo rettangolo ADH :*

$\overline{AD} = \sqrt{\overline{AH}^2 + \overline{DH}^2} = \sqrt{10^2 + 10^2}\ cm = \sqrt{100+100}\ cm = \sqrt{200}\ cm = \sqrt{100} \cdot \sqrt{2}\ cm = 10\sqrt{2}\ cm$ .

*Essendo l'angolo* $\hat{B} = 30°$, *il triangolo BCK risulta essere la metà del triangolo equilatero di semibase CK.*

*Quindi* $\overline{BC} = 2 \cdot \overline{CK} = 2 \cdot 10\ cm = 20\ cm$ .

*Applichiamo il Teorema di Pitagora al triangolo rettangolo BCK :*

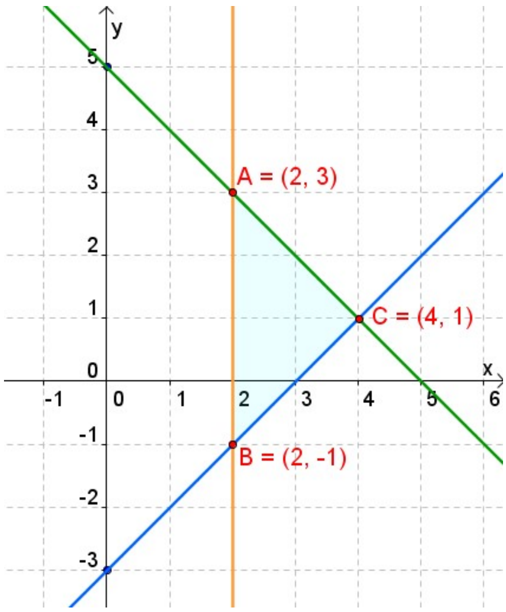
$\overline{KB} = \sqrt{\overline{BC}^2 - \overline{CK}^2} = \sqrt{20^2 - 10^2}\ cm = \sqrt{400-100}\ cm = \sqrt{300}\ cm = \sqrt{100} \cdot \sqrt{3}\ cm = 10\sqrt{3}\ cm$ .

$\overline{AB} = \overline{AH} + \overline{HK} + \overline{KB} = \left(10 + 10 + 10\sqrt{3}\right) cm = \left(20 + 10\sqrt{3}\right) cm$ .

$p = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{DC} + \overline{AD} = \left(20 + 10\sqrt{3} + 20 + 10 + 10\sqrt{2}\right) cm = \left(50 + 10\sqrt{3} + 10\sqrt{2}\right) cm$ .

**3. Date le tre rette di equazioni: $x - 2 = 0$ , $x - y - 3 = 0$ , $y = -x + 5$ .**

**a. traccia i grafici delle tre rette;**
**b. determina i punti di intersezione delle tre rette;**
**c. determina il perimetro del triangolo delimitato dalle tre rette;**
**d. determina l'area del triangolo delimitato dalle tre rette.**




<u>*Soluzione*</u>

*Determiniamo i punti di intersezione delle tre rette:*

$$\begin{cases} x - 2 = 0 \\ y = -x + 5 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2 \\ - \end{cases} \quad \begin{cases} - \\ y = -2 + 5 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad A\,(2; 3)$$

$$\begin{cases} x - 2 = 0 \\ y = x - 3 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2 \\ - \end{cases} \quad \begin{cases} - \\ y = 2 - 3 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad B\,(2; -1)$$

$$\begin{cases} y = -x + 5 \\ y = x - 3 \end{cases} \quad \begin{cases} x - 3 = -x + 5 \\ - \end{cases} \quad \begin{cases} x + x = 3 + 5 \\ - \end{cases} \quad \begin{cases} 2x = 8 \\ - \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 4 \\ - \end{cases} \quad \begin{cases} - \\ y = 4 - 3 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad C\,(4; 1)$$

$\overline{AB} = |y_A - y_B| = |3 - (-1)| = |3 + 1| = 4$ .

$\overline{AC} = \sqrt{(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2} = \sqrt{(2-4)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{(-2)^2 + (2)^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ .

$\overline{BC} = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} = \sqrt{(2-4)^2 + (-1-1)^2} = \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ .

$p = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} = \left(4 + 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}\right) cm = \left(4 + 4\sqrt{2}\right) cm$ .

*Essendo le rette AC e BC perpendicolari tra loro ( $m_{AC} = -\frac{1}{m_{BC}}$ ), AC e BC rappresentano i cateti del triangolo rettangolo ABC.*

*Pertanto l'area è:*

$$S_{ABC} = \frac{\overline{AC} \cdot \overline{BC}}{2} = \frac{2\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2}}{2}\ cm^2 = 4\ cm^2 .$$