Liceo Scientifico "G. Galilei" Trebisacce
Anno Scolastico 2023-2024

Classe *2B Liceo Scientifico*

Prova di Matematica : Disequazioni

1. Risolvi le seguenti disequazioni:

$$2-(4-x)-2\left(3-x^2\right)\leq 2(x+1)^2 \;;\qquad \frac{2x}{x^2-9}\geq\frac{3}{x-3}-\frac{x}{x^2+6x+9}$$

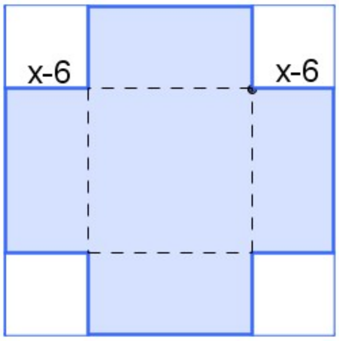
2. Risolvi i seguenti sistemi di disequazioni:

$$\begin{cases} x>4x-6 \\ 1-(x+1)^2<(4+x)(4-x) \\ 5(1-x)\geq 2x-(3x-1) \end{cases} \qquad \begin{cases} x^3\geq x^2 \\ \dfrac{(x^2+1)(x^2-3x)}{x^4}\geq 0 \end{cases}$$

3. Da una lamiera quadrata di lato $x\ cm$ vengono tagliati quattro quadrati di lato $(x-6)\ cm$ e, ripiegando lungo i lati tratteggiati, si costruisce una scatola.
Determina per quali valori di x :

a. è possibile costruire la scatola;

b. si ottengono scatole con superficie maggiore di $36\ cm^2$.



Soluzione

1. Risolvi le seguenti disequazioni:

$$\mathbf{2-(4-x)-2(3-x^2)\le 2(x+1)^2}\ ;$$

$$2-4+x-6+2x^2\le 2(x^2+1+2x)\ ;$$

$$2-4+x-6+2x^2\le 2x^2+2+4x\ ;$$

$$x-4x\le\ 10\ ;$$

$$-3x\le 10\ ; \qquad 3x\ge -10\ ; \qquad \boldsymbol{x\ge -\frac{10}{3}} \qquad \left[-\frac{\mathbf{10}}{\mathbf{3}}\ ,+\infty\right[$$

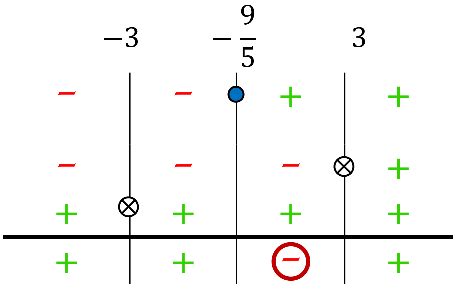
$$\boldsymbol{\frac{2x}{x^2-9}\ge\frac{3}{x-3}-\frac{x}{x^2+6x+9}}\ ; \qquad \frac{2x}{(x+3)(x-3)}-\frac{3}{x-3}+\frac{x}{(x+3)^2}\ge 0\ ;$$

$$\frac{2x(x+3)-3(x+3)^2+x(x-3)}{(x-3)(x+3)^2}\ge 0\ ; \qquad \frac{2x^2+6x-3(x^2+9+6x)+x^2-3x}{(x-3)(x+3)^2}\ge 0\ ;$$

$$\frac{2x^2+6x-3x^2-27-18x+x^2-3x}{(x-3)(x+3)^2}\ge 0\ ; \qquad \frac{-15x-27}{(x-3)(x+3)^2}\ge 0\ ;$$

$$\frac{5x+9}{(x-3)(x+3)^2}\le 0\ ;$$

$I\ F\ge 0$	$5x+9\ge 0$	$x\ge -\frac{9}{5}$
$II\ F>0$	$x-3>0$	$x>+3$
$III\ F>0$	$(x+3)^2>0$	$x\ne -3$

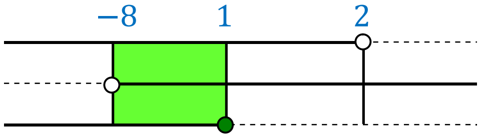


$$\boldsymbol{-\frac{9}{5}\le x<3}$$

2. Risolvi i seguenti sistemi di disequazioni:

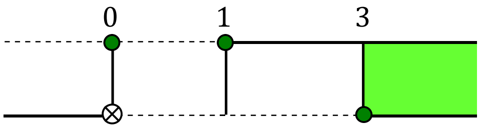
$$\begin{cases}\boldsymbol{x>4x-6}\\ \boldsymbol{1-(x+1)^2<(4+x)(4-x)}\\ \boldsymbol{5(1-x)\ge 2x-(3x-1)}\end{cases} \qquad \begin{cases}x-4x>-6\\ 1-(x^2+1+2x)<16-x^2\\ 5-5x\ge 2x-3x+1\end{cases} \qquad \begin{cases}-3x>-6\\ 1-x^2-1-2x<16-x^2\\ -5x-2x+3x\ge 1-5\end{cases}$$

$$\begin{cases}3x<6\\ -2x<16\\ -4x\ge -4\end{cases} \qquad \begin{cases}x<2\\ 2x<-16\\ 4x\le 4\end{cases} \qquad \begin{cases}x<+2\\ x>-8\\ x\le +1\end{cases}$$



La soluzione è $\boldsymbol{-8<x\le 1}$

$$\begin{cases} x^3 \geq x^2 \\ \dfrac{(x^2+1)(x^2-3x)}{x^4} \geq 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x \geq 1 \quad \vee \quad x = 0 \\ x < 0 \quad \vee \quad x \geq 3 \end{cases}$$



La soluzione è $\boldsymbol{x \geq 3}$

Risoluzione della prima disequazione:

$x^3 \geq x^2$; $\qquad x^3 - x^2 \geq 0$; $\qquad x^2(x-1) \geq 0$; $\qquad x^2(x-1) \geq 0$

Essendo: $x^2 \geq 0 \qquad \forall x \in R$

Il segno della disequazione è dato dal segno del fattore: $x - 1 \geq 0$; $\quad x \geq 1$.

Risoluzione della seconda disequazione:

$\dfrac{(x^2+1)(x^2-3x)}{x^4} \geq 0$;

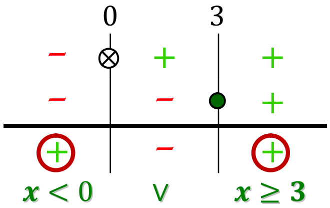
Essendo: $x^2 + 1 \geq 0 \qquad \forall x \in R$

e $\qquad x^4 > 0 \qquad \forall x \neq 0$

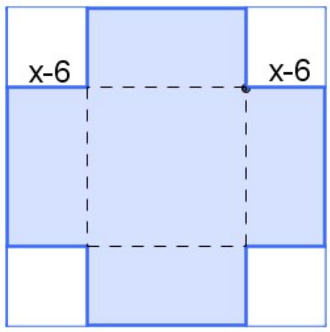
Il segno della disequazione è dato dal segno del fattore: $(x^2 - 3x) \geq 0 \quad \wedge \quad x \neq 0$;

cioè $\quad x(x-3) \geq 0 \quad \wedge \quad x \neq 0.$

$$\begin{array}{l|l|l} I\ F > 0 & x > 0 & x > 0 \\ II\ F > 0 & x - 3 \geq 0 & x \geq 3 \end{array}$$



3. Da una lamiera quadrata di lato $x\ cm$ vengono tagliati quattro quadrati di lato $(x-6)\ cm$ e, ripiegando lungo i lati tratteggiati, si costruisce una scatola.
Determina per quali valori di x :
- **a. è possibile costruire la scatola;**
- **b. si ottengono scatole con superficie maggiore di $36\ cm^2$.**



<u>Soluzione</u>

Il lato della lamiera quadrata misura $x\ cm$, *con* $x > 0$.

<u>Punto a</u>

La scatola si può costruire se:

1. *il quadratino che viene tagliato ha la misura del lato positiva, cioè:* $x - 6 > 0$;
2. *il lato della lamiera quadrata sia maggiore della somma dei lati dei due quadratini che vengono tagliati, cioè:* $x > (x-6) + (x-6)$

Si ottiene il seguente sistema:

$$\begin{cases} x - 6 > 0 \\ x > (x-6) + (x-6) \end{cases} \qquad \begin{cases} x > 6 \\ -x > -12 \end{cases} \qquad \begin{cases} x > 6 \\ x < 12 \end{cases} \qquad 6 < x < 12$$

Per poter costruire la scatola occorre che la misura del lato della lamiera quadrata abbia valori x compresi tra 6 cm e 12 cm.

<u>Punto B</u>

Ottenere scatole con superficie maggiore di $36\ cm^2$ *equivale alla relazione:* $S_{Colorata} > 36\ cm^2$.

Dalla quale si ottiene:

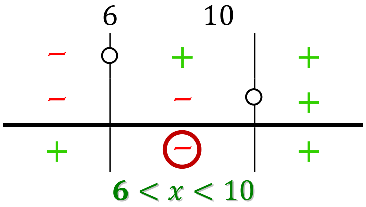
$x^2 - 4(x-6)^2 > 36$; $\quad x^2 - 4(x^2 + 36 - 12x) > 36$;

$x^2 - 4x^2 - 144 + 48x > 36$; $\quad -3x^2 + 48x - 180 > 0$;

$3(x^2 - 16x + 60) < 0$; $\quad 3(x-6)(x-10) < 0$

Il segno della disequazione è dato da:

$I\ F > 0$	$x - 6 > 0$	$x > 6$
$II\ F > 0$	$x - 10 > 0$	$x > 10$



Per valori di x compresi tra 6 cm e 10 cm si ottengono scatole con superficie maggiore di $\mathbf{36\ cm^2}$ **.**