Liceo Scientifico "G. Galilei" Trebisacce

Anno Scolastico 2023-2024

Prova di Matematica : Equazioni e problemi di I grado

Alunno: ____ *Classe:* **1A** *L. Scientifico* *28 maggio 2024*

1. Risolvi le seguenti equazioni:

$$(x+3)(x-3)+5x\cdot(2-x)=8-\ (2x-3)^2$$

$$\frac{5}{6}x-\frac{2-x}{3}=1-\frac{2-6x}{4}$$

$$\frac{1}{2x-4}-\frac{2}{x+2}=\frac{x+5}{3x^2-12}$$

2. Nel triangolo ABC la bisettrice dell'angolo A interseca il lato BC nel punto D. Sia E un punto appartenente al lato AB tale che $A\widehat{D}E\cong A\widehat{D}C$. Dimostra che $CD\cong DE$.

3. In un trapezio rettangolo la base minore è congruente al lato obliquo, il quale è i $\frac{5}{4}$ dell'altezza. Il perimetro del trapezio è 66 cm. Calcola l'area del trapezio.

4. Un ladro ruba alcune monete d'oro. Sulla via di fuga, però, incontra tre guardie, una dopo l'altra. A ogni guardia il ladro deve lasciare la metà delle monete che ha ancora con sé, più 1. Alla fine il ladro riesce a scappare con 1 sola moneta. Quante monete aveva rubato?

Soluzione

1. Risolvi le seguenti equazioni:

$$(x+3)(x-3)+5x\cdot(2-x)=8-\ (2x-3)^2$$

$x^2-9+10x-5x^2=8-(4x^2+9-12x)$;

$x^2-9+10x-5x^2=8-4x^2-9+12x$;

$x^2+4x^2-5x^2+10x-12x=8$;

$-2x=8$;

$2x=-8$; $\qquad\qquad x=-4$.

$$\frac{5}{6}x-\frac{2-x}{3}=1-\frac{2-6x}{4}$$

$12\cdot\frac{5}{6}x-12\cdot\frac{2-x}{3}=12\cdot1-12\cdot\frac{2-6x}{4}$;

$10x-4\cdot(2-x)=12-3\cdot(2-6x)$;

$10x-8+4x=12-6+18x$;

$10x+4x-18x=+8+12-6$;

$-4x=14$;

$4x=-14$; $\qquad\qquad x=-\frac{7}{2}$.

$$\frac{1}{2x-4}-\frac{2}{x+2}=\frac{x+5}{3x^2-12}$$

$\frac{1}{2(x-2)}-\frac{2}{x+2}=\frac{x+5}{3(x+2)(x-2)}$; $\qquad C.E.:\quad x\neq\mp2 \qquad\qquad m.c.m.=6(x+2)(x-2)$

$6(x+2)(x-2)\cdot\frac{1}{2(x-2)}-6(x+2)(x-2)\cdot\frac{2}{x+2}=6(x+2)(x-2)\cdot\frac{x+5}{3(x+2)(x-2)}$;

$3(x+2)-6\cdot2\cdot(x-2)=2(x+5)$;

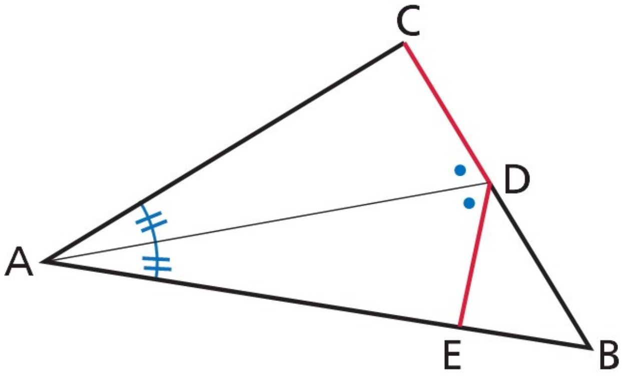
$3x+6-12x+24=2x+10$;

$3x-12x-2x=-6-24+10$;

$-11x=-20$;

$11x=20$; $\qquad\qquad x=\frac{20}{11}$.

2. Nel triangolo ABC la bisettrice dell'angolo A interseca il lato BC nel punto D. Sia E un punto appartenente al lato AB tale che $A\hat{D}E \cong A\hat{D}C$. Dimostra che $CD \cong DE$.



IPOTESI		*TESI*
AD è la bisettrice dell'angolo A $A\hat{D}E \cong A\hat{D}C$	$\Rightarrow$	$CD \cong DE$

Dimostrazione

Per dimostrare che $CD \cong DE$ è sufficiente dimostrare che i triangoli ADE e ADC sono congruenti.

I triangoli ADE e ADC hanno:

AD	*in comune;*
$E\hat{A}D \cong C\hat{A}D$	*perché AD è la bisettrice dell'angolo A;*
$A\hat{D}E \cong A\hat{D}C$	*per ipotesi;*

Quindi i triangoli ADE e ADC sono congruenti per il II C.C.T.
Pertanto i due triangoli hanno i tre lati ordinatamente congruenti.
In particolare si ha: $CD \cong DE$. *c.v.d.*

4. Un ladro ruba alcune monete d'oro. Sulla via di fuga, però, incontra tre guardie, una dopo l'altra. A ogni guardia il ladro deve lasciare la metà delle monete che ha ancora con sé, più 1. Alla fine il ladro riesce a scappare con 1 sola moneta. Quante monete aveva rubato?

Soluzione

Poniamo il numero di monete d'oro rubate dal ladro $= x$, $x \in N$.

Si ottiene il seguente schema:

Monete RUBATE dal ladro = X		
	Monete lasciate alla guardia	**Monete rimaste al ladro**
I guardia	$\frac{1}{2}x+1$	$x-\left(\frac{1}{2}x+1\right)=\frac{1}{2}x-1$
II guardia	$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}x-1\right)+1=\frac{1}{4}x-\frac{1}{2}+1=\frac{1}{4}x+\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}x-1-\left(\frac{1}{4}x+\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{4}x-\frac{3}{2}$
III guardia	$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}x-\frac{3}{2}\right)+1=\frac{1}{8}x-\frac{3}{4}+1=\frac{1}{8}x+\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}x-\frac{3}{2}-\left(\frac{1}{8}x+\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{8}x-\frac{7}{4}$

Pertanto l'unica moneta rimasta al ladro è pari a: $\frac{1}{8}x-\frac{7}{4}$. Cioè:

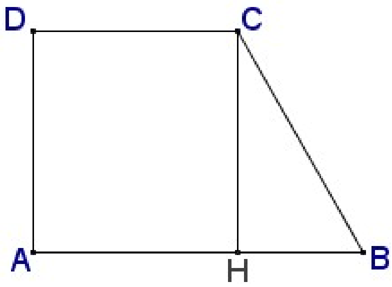
$\frac{1}{8}x-\frac{7}{4}=1$; $\quad x-14=8$; $\quad x=22$.

Pertanto il ladro aveva rubato 22 monete d'oro.

3. In un trapezio rettangolo la base minore è congruente al lato obliquo, il quale è i $\frac{5}{4}$ dell'altezza. Il perimetro del trapezio è 66 cm. Calcola l'area del trapezio.

$$\begin{cases} \overline{DC} = \overline{BC} \\ \overline{BC} = \frac{5}{4} \cdot \overline{CH} \\ p = 66\ cm \end{cases}$$

$S_{ABCD} = ?$



<u>*Soluzione*</u>

Poniamo la misura dell'altezza $\overline{CH} = x$ *, con* $x > 0$.

Si ricava: $\overline{BC} = \frac{5}{4}x \qquad \overline{DC} = \frac{5}{4}x$.

Applicando il teorema di Pitagora al triangolo BCH, ricaviamo la misura del segmento HB:

$$\overline{HB} = \sqrt{\overline{BC}^{\,2} - \overline{CH}^{\,2}} = \sqrt{\left(\frac{5}{4}x\right)^2 - x^2} = \sqrt{\frac{25}{16}x^2 - x^2} = \sqrt{\frac{9}{16}x^2} = \frac{3}{4}x .$$

Si ricava la misura della base maggiore: $\overline{AB} = \overline{AH} + \overline{HB} = \frac{5}{4}x + \frac{3}{4}x = \frac{8}{4}x = 2x$.

Dal perimetro del trapezio pari a $66\ cm$ *si ricava l'equazione :*

$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{DC} + \overline{AC} = 66\ cm$

$2x + \frac{5}{4}x + \frac{5}{4}x + x = 66$;

$8x + 5x + 5x + 4x = 264$;

$22x = 264$;

$x = 12$;

Pertanto: $\overline{CH} = 12\ cm \qquad \overline{DC} = \overline{BC} = \frac{5}{4} \cdot 12\ cm = 15\ cm \qquad \overline{AB} = 2 \cdot 12\ cm = 24\ cm$.

In definitiva l'area del trapezio è:

$$S_{ABCD} = \frac{\overline{AB} + \overline{DC}}{2} \cdot \overline{CH} = \frac{24 + 15}{2} \cdot 12\ cm^2 = 234\ cm^2 .$$