

Soluzione

1. Da un'indagine condotta su una popolazione di 200 persone è risultato che:
- | | | |
|---|------------------------------|-----------------|
| 13 bevono sia latte sia vino | 26 bevono sia vino sia birra | 80 bevono vino |
| 12 bevono sia latte sia birra | 44 bevono solo latte | 65 bevono birra |
| 37 non bevono alcuna delle bevande citate | | |
- Quante persone intervistate bevono solo latte e birra?

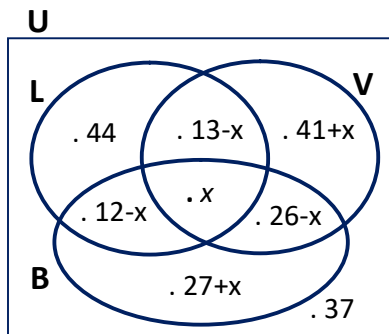
Soluzione

Indichiamo con L l'insieme degli intervistati che bevono latte.

Indichiamo con V l'insieme degli intervistati che bevono vino.

Indichiamo con B l'insieme degli intervistati che bevono birra.

$$\text{Dati} \left\{ \begin{array}{l} |U| = 200 \\ |V| = 80 \\ |B| = 65 \\ |\overline{L \cup V \cup B}| = 37 \\ |V \cap B| = 26 \\ |L \cap B| = 12 \\ |V \cap L| = 13 \\ |L - (V \cup B)| = 44 \end{array} \right.$$



$$|(L \cap B) - V| = ?$$

$$|L - (V \cup B)| +$$

$$|V - (L \cup B)| +$$

$$|B - (V \cup L)| = ?$$

Indichiamo la cardinalità dell'insieme $|L \cap V \cap B| = x$ con $0 \leq x \leq 12$, $x \in \mathbb{N}$.

Si ottiene:

$$|(L \cap V) - B| = 13 - x \qquad |(L \cap B) - V| = 12 - x \qquad |(B \cap V) - L| = 26 - x$$

$$|V - (L \cup B)| = 80 - (13 - x) - x - (26 - x) = 80 - 13 + x - x - 26 + x = 41 + x$$

$$|B - (L \cup V)| = 65 - (12 - x) - x - (26 - x) = 65 - 12 + x - x - 26 + x = 27 + x$$

Essendo l'indagine condotta su una popolazione di 200 persone si ha: $|U| = 200$;

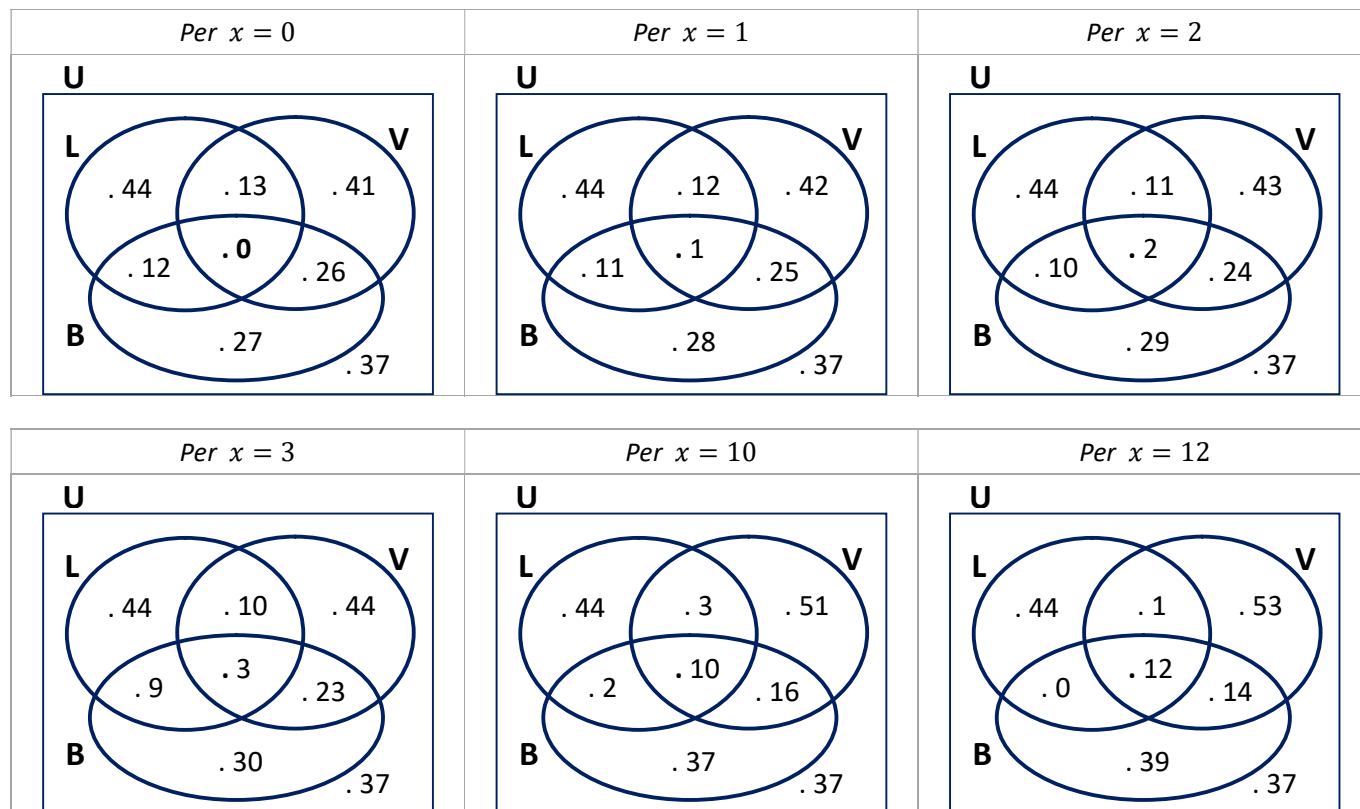
$$|V| + |L - (V \cup B)| + |(L \cap B) - V| + |B - (L \cup V)| + |(B \cap V) - L| = 200 ;$$

$$80 + 44 + 12 - x + 27 + x + 26 - x + 37 = 200 ; \qquad 0 \cdot x = 0 .$$

Pertanto x può assumere un qualsiasi valore intero $0 \leq x \leq 12$.

Il problema ammette 13 soluzioni diverse: una per ogni valore di $x \in \{x \in \mathbb{N} / 0 \leq x \leq 12\}$.

Alcuni esempi:



2. Siano $A = \{x \in N / x = n^2 \wedge 0 < n \leq 4\}$, $B = \{x \in N / x \text{ è una cifra del numero } 95849\}$ e $C = \{x \in N / x = 2n - 1 \wedge 1 \leq n \leq 5\}$ tre insiemi definiti nell'insieme universo N . Dopo averli rappresentati per elencazione e tramite diagramma di Eulero-Venn, determina: $B - (A \cup C)$ e $A \cap (\overline{B \cup C})$.

Soluzione

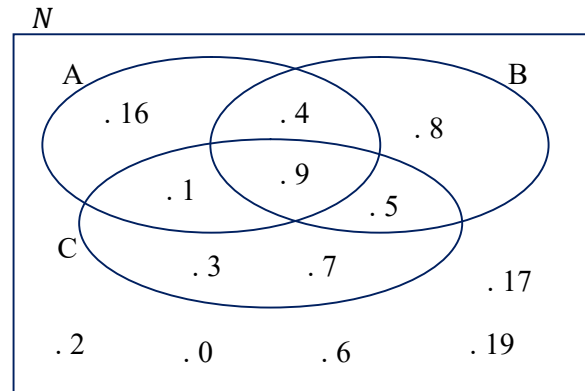
$$A = \{1, 4, 9, 16\}$$

$$B = \{4, 5, 8, 9\}$$

$$C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$$B - (A \cup C) = \{8\}$$

$$A \cap (\overline{B \cup C}) = \{16\}$$



3. Dieci amici a Natale si scambiano tutti gli auguri. Determina il numero delle strette di mano spiegando il procedimento seguito.

Soluzione

Le strette di mano sono: $\frac{(10 \cdot 10) - 10}{2} = 45$.

4. Date le proposizioni A: «3 è minore di 5», B: «5 è un numero pari» e C: «6 è un numero negativo», esprimi in linguaggio naturale la proposizione $(A \wedge B) \rightarrow \bar{C}$ e determina il suo valore di verità.

Soluzione

$(A \wedge B) \rightarrow \bar{C}$: «Se 3 è minore di 5 e 5 è un numero pari allora 6 non è un numero negativo»

A	B	C	\bar{C}	$A \wedge B$	$(A \wedge B) \rightarrow \bar{C}$
V	F	F	V	F	V

Dalla tavola di verità si deduce che la proposizione $\bar{C} \leftrightarrow (A \wedge B)$ è vera.

5. Dimostra che $\overline{A \wedge B} \leftrightarrow \bar{A} \vee \bar{B}$ è una tautologia.

Soluzione

A	B	\bar{A}	\bar{B}	$A \wedge B$	$\overline{A \wedge B}$	$\bar{A} \vee \bar{B}$	$\overline{A \wedge B} \leftrightarrow \bar{A} \vee \bar{B}$
V	V	F	F	V	F	F	V
V	F	F	V	F	V	V	V
F	V	V	F	F	V	V	V
F	F	V	V	F	V	V	V

6. Stabilisci se i seguenti ragionamenti sono corretti, motivando la risposta:

Se ho sete, bevo
Ho sete

Bevo

Se bevo vino, mi ubriaco
Se mi ubriaco, mi viene sonno

Non bevo vino e mi viene sonno

Soluzione 1

Poniamo:

p : "ho sete"

q : "bevo"

In simboli si

ha:

$$p \rightarrow q$$

$$\frac{p}{q}$$

Ragionamento corretto: *Modus ponens*

Soluzione 2

Poniamo:

p : "bevo vino"

q : "mi ubriaco"

r : "mi viene sonno"

In simboli si ha:

$$p \rightarrow q$$

$$\frac{q \rightarrow r}{\bar{p} \wedge r}$$

Il relativo schema di deduzione è:

Il ragionamento *non è corretto*.

Infatti nei quattro casi in cui entrambe le premesse $p \rightarrow q$ e $q \rightarrow r$ sono vere la conclusione $\bar{p} \wedge r$ può essere vera o falsa.

p	q	r	\bar{p}	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow r$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$	$\bar{p} \wedge r$
V	V	V	F	V	V	V	F
V	V	F	F	V	F	F	F
V	F	V	F	F	V	F	F
V	F	F	F	F	V	F	F
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	F	F	F
F	F	V	V	V	V	V	V
F	F	F	V	V	V	V	F