Prova di Matematica: *Equazioni e problemi di I° grado*

1. Completa la seguente tabella:

Espressione	Dominio	Identità	Eq. determinata	Eq. indeterminata	Eq. impossibile
$5+4x=1$	N	☐	☐	☐	☐
$6x-1=4+3x$	R	☐	☐	☐	☐
$x=2x$	R	☐	☐	☐	☐
$x=x+3$	R	☐	☐	☐	☐
$3(4-2x)=3(5-2x)-3$	R	☐	☐	☐	☐
$x+y=10$	R	☐	☐	☐	☐

2. Risolvi le seguenti equazioni nell'incognita x :

$$5-2x\cdot(2x-3)^2-3(2x-1)(2x+1)=3-(2x-1)^3$$

$$-\frac{1}{5}\cdot\left[5x-\frac{1}{2}(x-5)\right]=\frac{1}{10}-x$$

$$\frac{7}{3x^2+9x+6}=\frac{2}{x^2-1}-\frac{1}{x^2+x-2}$$

3. Data la formula $\mathrm{A}=\mathrm{B}+\frac{\mathrm{C}-\mathrm{D}}{\mathrm{E}^2+\mathrm{F}}$ ricava la formula inversa per determinare la variabile F .

4. In un trapezio isoscele la base maggiore è il doppio della base minore e i lati obliqui sono lunghi un centimetro in meno della base minore. Sapendo che il perimetro del trapezio è di 28 cm, determina le misure dei lati.

5. In un triangolo ABC , isoscele sulla base AB, traccia la bisettrice CK dell'angolo $\widehat{C}$ e considera su CK un punto P. Chiama M e N, rispettivamente, i punti medi di AK e BK. Dimostra che $\overline{PM}\cong\overline{PN}$.

Soluzione

1. Completa la seguente tabella:

Espressione	Dominio	Identità	Eq. determinata	Eq. indeterminata	Eq. impossibile
$5 + 4x = 1$	N	□	□	□	X
$6x - 1 = 4 + 3x$	R	□	X	□	□
$x = 2x$	R	□	X	□	□
$x = x + 3$	R	□	□	□	X
$3(4 - 2x) = 3(5 - 2x) - 3$	R	X	□	X	□
$x + y = 10$	R	□	□	X	□

2. Risolvi le seguenti equazioni nell'incognita x:

$5 - 2x \cdot (2x - 3)^2 - 3(2x - 1)(2x + 1) = 3 - (2x - 1)^3$

$5 - 2x \cdot (4x^2 + 9 - 12x) - 3(4x^2 - 1) = 3 - (8x^3 - 1 - 12x^2 + 6x)$

$5 - 8x^3 - 18x + 24x^2 - 12x^2 + 3 = 3 - 8x^3 + 1 + 12x^2 - 6x$

$5 - 18x = 1 - 6x$

$-18x + 6x = 1 - 5$

$-12x = -4$

$12x = 4$

$x = \frac{4}{12}$

$x = \frac{1}{3}$.

$-\frac{1}{5} \cdot \left[5x - \frac{1}{2}(x - 5)\right] = \frac{1}{10} - x$;

$-\frac{1}{5} \cdot \left[5x - \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}\right] = \frac{1}{10} - x$;

$-x + \frac{1}{10}x - \frac{1}{2} = \frac{1}{10} - x$;

$x - 5 = 1$;

$x = 6$;

$\frac{7}{3x^2 + 9x + 6} = \frac{2}{x^2 - 1} - \frac{1}{x^2 + x - 2}$ $\qquad C.E.: \quad x \neq \mp 1 \quad \wedge \quad x \neq -2$

$\frac{1}{3(x + 1)(x + 2)} = \frac{2}{(x + 1)(x - 1)} - \frac{1}{(x + 2)(x - 1)}$ $\qquad m.c.m. = 3(x + 1)(x - 1)(x + 2)$

$7(x - 1) = 6(x + 2) - 3(x + 1)$;

$7x - 7 = 6x + 12 - 3x - 3$;

$7x - 6x + 3x = 7 + 12 - 3$;

$4x = 16$;

$x = 4$ Accettabile .

3. Data la formula $A = B + \frac{C-D}{E^2+F}$ ricava la formula inversa per determinare la variabile F .

$A = B + \dfrac{C-D}{E^2+F}$; $\qquad A \cdot (E^2+F) = B \cdot (E^2+F) + C - D$;

$AE^2 + AF = B\ \ ^2 + BF + C - D$; $\qquad AF - BF = BE^2 - AE^2 + C - D$;

$(A-B) \cdot F = BE^2 - AE^2 + C - D$; $\qquad F = \dfrac{BE^2 - AE^2 + C - D}{A-B}$;

Oppure

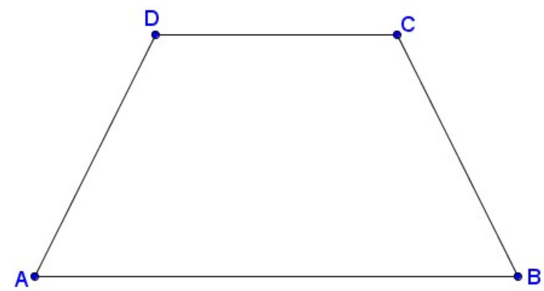
$A = B + \dfrac{C-D}{E^2+F}$; $\qquad A - B = \dfrac{C-D}{E^2+F}$; $\qquad (A-B)(E^2+F) = C - D$;

$E^2 + F = \dfrac{C-D}{A-B}$; $\qquad F = \dfrac{C-D}{A-B} - E^2$.

Le due formule sono equivalenti (*con* $A - B \neq 0 \quad \wedge \quad E^2 + F \neq 0$).

4. In un trapezio isoscele la base maggiore è il doppio della base minore e i lati obliqui sono lunghi un centimetro in meno della base minore. Sapendo che il perimetro del trapezio è di 28 cm, determina le misure dei lati.

Soluzione



Poniamo $\overline{DC} = x$, *con* $x \in R^+$.

Si ha: $\overline{AB} = 2x$ *e* $\overline{BC} = x - 1$;

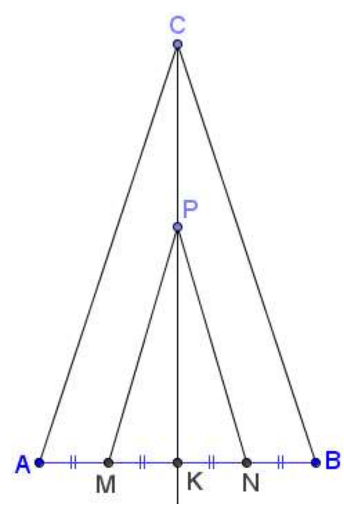
$p = 28\ cm$;

$2x + x + x - 1 + x - 1 = 28$;

$5x = 30$; $\quad x = 6$

Pertanto: $\overline{DC} = 6\ cm \quad \overline{AB} = 12\ cm \quad \overline{BC} = 5\ cm$

5. In un triangolo ABC , isoscele sulla base AB, traccia la bisettrice CK dell'angolo $\widehat{C}$ e considera su CK un punto P. Chiama M e N, rispettivamente, i punti medi di AK e BK. Dimostra che $\overline{PM} \cong \overline{PN}$.



IPOTESI		TESI
ABC T. isoscele sulla base AB *CK bisettrice dell'angolo* $\widehat{C}$ $P \in CK$ $\overline{AM} \cong \overline{MK}$ $\overline{KN} \cong \overline{NB}$	$\Rightarrow$	$\overline{PM} \cong \overline{PN}$

Dimostrazione

Ricordiamo innanzitutto l'enunciato del teorema:

"Nel triangolo isoscele la bisettrice coincide con l'asse, l'altezza e la mediana".

Pertanto $A\widehat{K}C \cong B\widehat{K}C = 90°$ *e* $\overline{AK} \cong \overline{KB}$

Per dimostrare che $\overline{PM} \cong \overline{PN}$ *è sufficiente dimostrare che i triangoli PMK e PNK sono congruenti.*

PMK $\cong$ *PNK per il 1° C.C.T.R.*

Infatti:

$\overline{PK}$ *in comune*

$\overline{MK} \cong \overline{KN}$ *perché* $\overline{MK} \cong \frac{1}{2}\overline{AK} \cong \frac{1}{2}\overline{KB} \cong \overline{KN}$.

Avendo dimostrato che i triangoli PMK e PNK sono congruenti, si conclude che $\overline{PM} \cong \overline{PN}$.