

Prova di Matematica : Frazioni algebriche

Alunno: _____ Classe: 1A L. Scientifico

A. Scomponi in fattori i seguenti polinomi:

1. $12a^4b - 36a^3b^5 + 27a^2b^9$

2. $2a^9 - 2a^5b - 12ab^2$

3. $(x - 2y)^2 + 3x - 6y - ax^2 + 2axy$

4. $6x^7 - 9x^6 - 33x^5 + 18x^4$

B. Semplifica le seguenti espressioni contenenti frazioni algebriche:

$$\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 4} \cdot \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + 3x} : \frac{x^2 - 1}{x^3 - 2x^2} \quad \left[\left(\frac{x}{x^2 + 3x - 4} - \frac{1}{x^2 - 1} - \frac{1}{x - 1} \right) : \frac{x^2}{x^2 + 5x + 4} \right] \cdot \frac{x - 1}{5x + 8}$$

C. Il prezzo della benzina è p euro al litro e Gaspare ne acquista 30 euro per la sua auto.

- Se il prezzo della benzina diminuisce del 10% , quanti litri di benzina, in funzione di p , acquisterà Gaspare con 30€;
- Se il prezzo della benzina diminuisce del 10% , che percentuale di benzina in più acquisterà Gaspare con 30€;
- Se il prezzo della benzina diminuisce di 10 centesimi al litro, quanti litri di benzina in più acquisterà Gaspare con 30€.

Soluzione

A. Scomponi in fattori i seguenti polinomi:

$$1. 12a^4b - 36a^3b^5 + 27a^2b^9 = 3a^2b \cdot (4a^2 - 12ab^4 + 9b^8) = 3a^2b \cdot (2a - 3b^4)^2 .$$

$$2. 2a^9 - 2a^5b - 12ab^2 = 2a \cdot (a^8 - a^4b - 6b^2) =$$

$$= 2a \cdot (a^4 + 2b)(a^4 - 3b) .$$

$p = -6b^2$		$s = -b$
$+2b$	$-3b$	$-b$

$$3. 6x^7 - 9x^6 - 33x^5 + 18x^4 = 3x^4 \cdot (2x^3 - 3x^2 - 11x + 6)$$

$$= 3x^4 \cdot (x - 3)(2x^2 + 3x - 2) =$$

$$= 3x^4 \cdot (x - 3)(x + 2)(2x - 1) .$$

$$D_{18} = \{\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 6; \pm 9; \pm 18\}$$

$+3$	2	-3	-11	$+6$
		$+6$	$+9$	-6
	2	$+3$	-2	$=$

	2	$+3$	-2
-2		-4	$+2$
	2	-1	$=$

$$4. (x - 2y)^2 + 3x - 6y - ax^2 + 2axy = (x - 2y)^2 + 3 \cdot (x - 2y) - ax(x - 2y) =$$

$$= (x - 2y) \cdot [(x - 2y) + 3 - ax] = (x - 2y) \cdot (x - 2y + 3 - ax) .$$

B. Semplifica le seguenti espressioni contenenti frazioni algebriche:

$$1. \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 4} \cdot \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + 3x} : \frac{x^2 - 1}{x^3 - 2x^2} =$$

$$= \frac{(x - 1)^2}{(x + 2)(x - 2)} \cdot \frac{(x + 2)(x + 1)}{x \cdot (x + 3)} \cdot \frac{x^2 \cdot (x - 2)}{(x + 1)(x - 1)} =$$

$$= \frac{x \cdot (x - 1)}{x + 3} .$$

C.E.: $x \neq 0 \wedge x \neq \pm 1 \wedge x \neq \pm 2 \wedge x \neq -3$.

$$\left[\left(\frac{x}{x^2 + 3x - 4} - \frac{1}{x^2 - 1} - \frac{1}{x - 1} \right) : \frac{x^2}{x^2 + 5x + 4} \right] \cdot \frac{x - 1}{5x + 8} =$$

C.E.: $x \neq \pm 1 \wedge x \neq -4 \wedge x \neq 0 \wedge x \neq -\frac{8}{5}$.

$$= \left[\left(\frac{x}{(x + 4)(x - 1)} - \frac{1}{(x + 1)(x - 1)} - \frac{1}{x - 1} \right) : \frac{x^2}{(x + 1)(x + 4)} \right] \cdot \frac{x - 1}{5x + 8} =$$

$$= \left[\left(\frac{x \cdot (x + 1) - 1 \cdot (x + 4) - 1 \cdot (x + 4)(x + 1)}{(x + 4)(x + 1)(x - 1)} \right) : \frac{x^2}{(x + 1)(x + 4)} \right] \cdot \frac{x - 1}{5x + 8} =$$

$$= \left[\left(\frac{x^2 + x - x - 4 - x^2 - 5x - 4}{(x + 4)(x + 1)(x - 1)} \right) : \frac{x^2}{(x + 1)(x + 4)} \right] \cdot \frac{x - 1}{5x + 8} =$$

$$= \left[\left(\frac{-5x - 8}{(x + 4)(x + 1)(x - 1)} \right) \cdot \frac{(x + 1)(x + 4)}{x^2} \right] \cdot \frac{x - 1}{5x + 8} =$$

$$= \frac{-(5x + 8)}{x^2 \cdot (x - 1)} \cdot \frac{x - 1}{5x + 8} = -\frac{1}{x^2} .$$

C. Il prezzo della benzina è p euro al litro e Gaspare ne acquista 30 euro per la sua auto.

- Se il prezzo della benzina diminuisce del 10%, quanti litri di benzina, in funzione di p , acquisterà Gaspare con 30€;
- Se il prezzo della benzina diminuisce del 10%, che percentuale di benzina in più acquisterà Gaspare con 30€;
- Se il prezzo della benzina diminuisce di 10 centesimi al litro, quanti litri di benzina in più acquisterà Gaspare con 30€.

Soluzione

Gaspare, con 30 €, acquista $\frac{30}{p}$ litri di benzina.

Se il prezzo della benzina diminuisce del 10%, il prezzo ribassato è:

$$p_{R1} = p - 10\% \cdot p = p - \frac{10}{100} \cdot p = \frac{9p}{10}$$

Gaspare potrà acquistare: $\frac{30}{\frac{9p}{10}} = 30 \cdot \frac{10}{9p} = \frac{100}{3p}$ litri di benzina.

Se il prezzo della benzina diminuisce del 10%, la percentuale di benzina in più che può acquistare Gaspare si ottiene risolvendo la proporzione:

(Quantità benzina a prezzo p_{R1} - Quantità benzina a prezzo p) : Quantità benzina a prezzo iniziale = x : 100

$$\left(\frac{100}{3p} - \frac{30}{p}\right) : \frac{30}{p} = x : 100; \quad x = \frac{\left(\frac{100}{3p} - \frac{30}{p}\right) \cdot 100}{\frac{30}{p}} = \frac{\left(\frac{100-90}{3p}\right) \cdot 100}{\frac{30}{p}} = \frac{10}{3p} \cdot 100 \cdot \frac{p}{30} = \frac{100}{9} = 11,11\% .$$

Se il prezzo della benzina diminuisce di 10 centesimi al litro, il prezzo ribassato è:

$$p_{R2} = p - \frac{10}{100} = p - \frac{1}{10} = \frac{10p - 1}{10}$$

Gaspare potrà acquistare: $\frac{30}{\frac{10p-1}{10}} = 30 \cdot \frac{10}{10p-1} = \frac{300}{10p-1}$ litri di benzina. Pertanto

Gaspare potrà acquistare: $\frac{300}{10p-1} - \frac{30}{p} = \frac{300 \cdot p - 30 \cdot (10p-1)}{p(10p-1)} = \frac{300 \cdot p - 300p + 30}{p(10p-1)} = \frac{30}{p(10p-1)}$ litri di benzina in più.