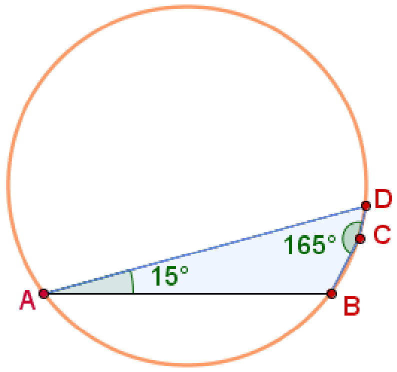
POLIGONI INSCRITTI E CIRCOSCRITTI

Esercizio 1

Un quadrilatero ABCD è inscrivibile in una circonferenza. Se $\widehat{\mathrm{A}} = 15°$, quanto misura l'angolo opposto $\widehat{C}$?



<u>*Soluzione*</u>

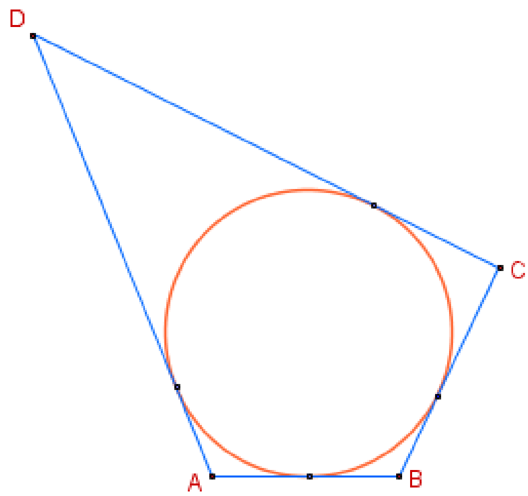
Essendo il quadrilatero inscrivibile in una circonferenza, gli angoli opposti sono supplementari:

$\hat{A} + \hat{C} = 180°$; $15° + \hat{C} = 180°$;

$\hat{C} = 165°$.

Esercizio 2

Un quadrilatero ABCD è circoscrivibile a una circonferenza. Sapendo che $\overline{\mathbf{AB}} = \mathbf{3\ cm}$, $\overline{\mathbf{BC}} = \mathbf{4\ cm}$ e $\overline{\mathbf{CD}} = \mathbf{8\ cm}$, si può affermare che:



<u>*Soluzione*</u>

Essendo il trapezio circoscritto alla circonferenza, la somma di due lati opposti è congruente alla somma degli altri due:

$AB + CD \cong BC + AD$.

Passando alle misure si ha:

$\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{BC} + \overline{AD}$;

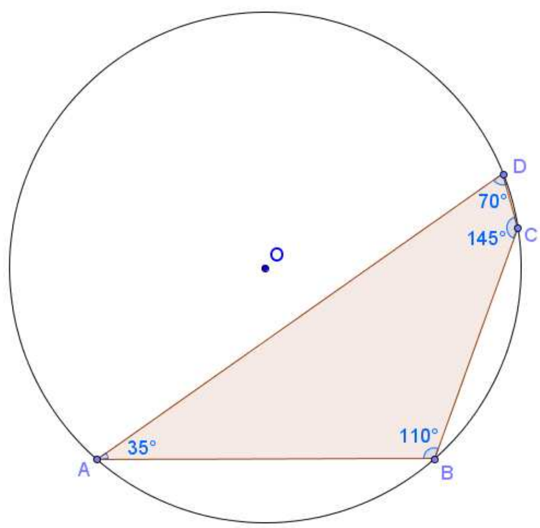
$3 + 8 = 4 + \overline{AD}$;

$11 = 4 + \overline{AD}$;

$\overline{AD} = 7$.

Esercizio 3

In un quadrilatero inscritto in una circonferenza le ampiezze di due angoli, non opposti tra loro, sono 35° e 110°. Quali sono le ampiezza degli altri due angoli del quadrilatero.



<u>*Soluzione*</u>

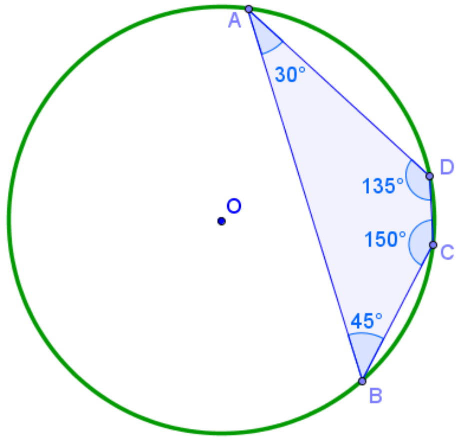
Essendo il quadrilatero inscritto in una circonferenza, gli angoli opposti sono supplementari:

$\hat{A} + \hat{C} = 180°$; $35° + \hat{C} = 180°$; $\hat{C} = 145°$.

$\hat{B} + \hat{D} = 180°$; $110° + \hat{C} = 180°$; $\hat{C} = 70°$.

Esercizio 4

In un quadrilatero ABCD, le ampiezze degli angoli $\widehat{A}$, $\widehat{B}$, $\widehat{C}$ sono rispettivamente, 30°, 45°, 150°. Qual è l'ampiezza di $\widehat{D}$. Il quadrilatero è inscrivibile in una circonferenza.



<u>*Soluzione*</u>

$\widehat{D} = 360° - \hat{A} - \hat{B} - \hat{C} = \ 360° - 30° - 45 - 150° = 135°$.

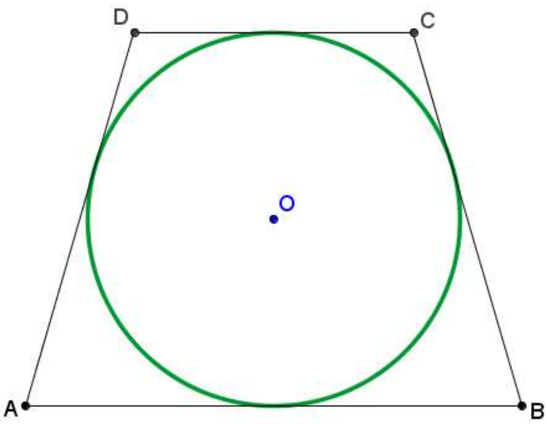
Il quadrilatero è inscrivibile in una circonferenza perché gli angoli opposti sono supplementari:

$\hat{A} + \hat{C} = 30° + 150° = 180°.$

$\hat{B} + \widehat{D} = 45° + 135° = 180°.$

Esercizio 5

In un trapezio isoscele, circoscrivibile a una circonferenza, la lunghezza del lato obliquo è 8 cm e quella della base maggiore è 10 cm. Qual è la lunghezza della base minore?



<u>*Soluzione*</u>

Essendo il trapezio circoscritto alla circonferenza, la somma di due lati opposti è congruente alla somma degli altri due:

$AB + CD \cong BC + AD$.

Passando alle misure si ha:

$\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{BC} + \overline{AD}$;

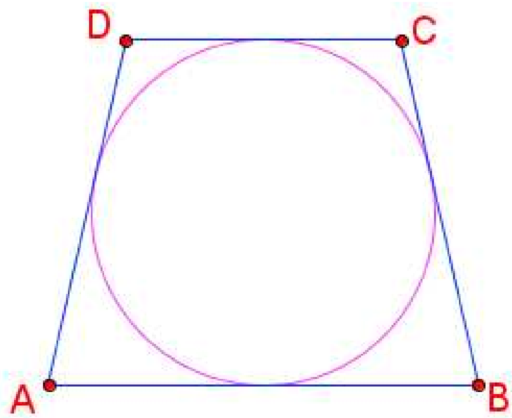
$10 + \overline{CD} = 8 + 8$;

$10 + \overline{CD} = 16$;

$\overline{CD} = 6 \ \ cm$.

Esercizio 6

Un trapezio isoscele, circoscrivibile a una circonferenza, ha il perimetro di 48 cm. Determina le lunghezze dei lati obliqui. Sarebbe possibile determinare le lunghezze delle basi del trpezio?



<u>*Soluzione*</u>

Essendo il trapezio circoscritto alla circonferenza, la somma di due lati opposti è congruente alla somma degli altri due:

$AB + CD \cong BC + AD$.

Conoscendo la misura del perimetro $p = 48 \ cm$,

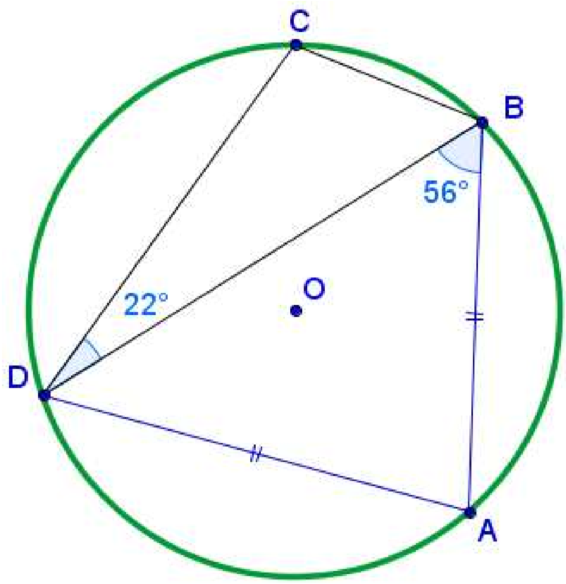
si ha che: $\overline{BC} + \overline{AD} = \frac{p}{2} = 24 \ cm$.

Trattandosi di un trapezio isoscele si ha: $\overline{BC} = \overline{AD} = 12 \ cm.$

Non è possibile determinare le lunghezze delle basi del trapezio.

Esercizio 7

Nella figura a lato, determina l'ampiezza dell'angolo $\mathbf{C\hat{B}D}$.



<u>*Soluzione*</u>

$A\hat{D}B = 56°$;

Essendo la somma degli angoli interni di un triangolo uguale a un angolo piatto, si ha:

$B\hat{A}D = 180° - A\hat{D}B - D\hat{B}A = 180° - 56° - 56° = 68°$;

Essendo il quadrilatero inscritto nella circonferenza, gli angoli opposti sono supplementari:

$D\hat{C}B = 180° - B\hat{A}D = 180° - 68° = 112$;

Essendo la somma degli angoli interni di un triangolo uguale a un angolo piatto, si ha:

$C\hat{B}D = 180° - B\hat{D}C - D\hat{C}B = 180° - 22° - 112 = 46°$.

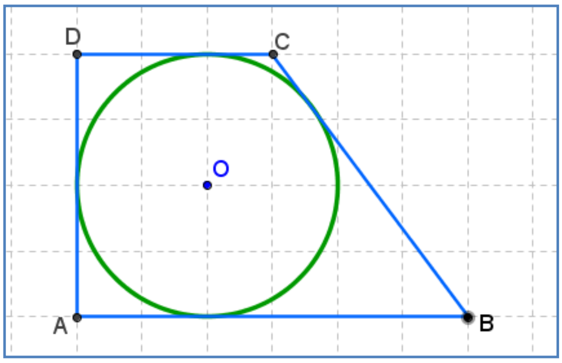
Esercizio 8

Un trapezio rettangolo è circoscritto a una circonferenza e ha il perimetro di 18 cm. Il lato obliquo è 1 cm in meno della base maggiore. La base minore è 3 cm in meno della base maggiore. Determina le lunghezze dei lati del trapezio.

<u>*Soluzione*</u>

$$\begin{cases} p = 18\ cm \\ \overline{BC} = \overline{AB} - 1\ cm \\ \overline{CD} = \overline{AB} - 3\ cm \end{cases}$$

$\overline{AB} = ?$
$\overline{BC} = ?$
$\overline{CD} = ?$
$\overline{AD} = ?$



<u>*Soluzione*</u>

Poniamo la misura della base maggiore $\overline{AB} = x$, $0 < x < 9$.

Si ottiene:

$\overline{BC} = x - 1\ cm$;

$\overline{CD} = x - 3\ cm$;

$\overline{AD} = p - \overline{AB} - \overline{BC} - \overline{CD} \quad = \quad 18 - x - (x - 1) - (x - 3) = 22 - 3x$.

Essendo il trapezio circoscritto alla circonferenza, la somma di due lati opposti è congruente alla somma degli altri due: $AB + CD \cong BC + AD$.

Passando alle loro misure si ha:

$x + (x - 3) = (x - 1) + (22 - 3x)$;

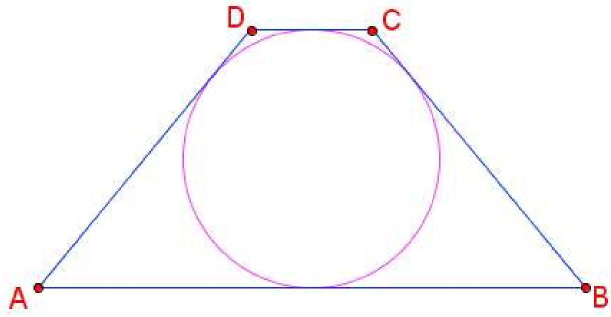
$x + x - 3 = x - 1 + 22 - 3x$;

$4x = 24$; $x = 6$;

Pertanto: $\overline{AB} = 6\ cm$; $\overline{BC} = 5\ cm$; $\overline{CD} = 3\ cm$; $\overline{AD} = 4\ cm$.

Esercizio 9

Un trapezio isoscele ABCD di base maggiore AB e base minore CD, è circoscritto a una circonferenza. Sapendo che la lunghezza della base maggiore è 4 volte la lunghezza della base minore e che il perimetro del trapezio è 40 cm, determina le lunghezze dei lati del trapezio.



$$\begin{cases} p = 40\ cm \\ \overline{AB} = 4\,\overline{CD} \end{cases}$$

$\overline{AB} = ?$
$\overline{BC} = ?$
$\overline{CD} = ?$
$\overline{AD} = ?$

Soluzione

Essendo il trapezio circoscritto alla circonferenza, la somma di due lati opposti è congruente alla somma degli altri due: $AB + CD \cong BC + AD$.

Conoscendo la misura del perimetro $p = 40\ cm$.

Si ha che: $\overline{AB} + \overline{CD} = \frac{p}{2} = 20\ cm$.

Poniamo la misura della base minore: $\overline{CD} = x$, $0 < x < 20$.

Si ottiene: $\overline{AB} = 4x$

Sostituendo tali espressioni nella precedente uguaglianza si ottiene l'equazione:

$x + 4x = 20$; $5x = 20$; $x = 4$.

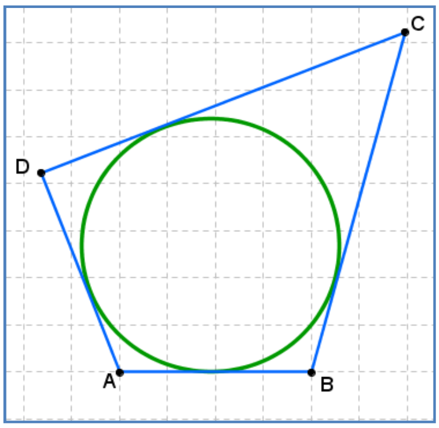
Pertanto: $\overline{CD} = 4\ cm$; $\overline{AB} = 16\ cm$;

Inoltre: $\overline{BC} + \overline{AD} = 20\ cm$.

Trattandosi di un trapezio isoscele si ha: $\overline{BC} = \overline{AD} = 10\ cm$.

Esercizio 10

Un quadrilatero ABCD, circoscrivibile a una circonferenza, ha il perimetro uguale a 26 cm. Inoltre il lato BC è il doppio di AB e la lunghezza di BC supera di 3 cm quella di AD. Determina le lunghezze dei lati del quadrilatero.



$$\begin{cases} p = 26\ cm \\ \overline{BC} = 2\,\overline{AB} \\ \overline{BC} = \overline{AD} + 3\ cm \end{cases}$$

$\overline{AB} = ?$
$\overline{BC} = ?$
$\overline{CD} = ?$
$\overline{AD} = ?$

Soluzione

Poniamo la misura della base maggiore $\overline{AB} = x$ $0 < x < 13$.

Si ottiene: $\overline{BC} = 2x$; $\overline{AD} = \overline{BC} - 3 = 2x - 3$;

$\overline{CD} = p - \overline{AB} - \overline{BC} - \overline{AD} = 26 - x - 2x - (2x - 3) = 29 - 5x$.

Essendo il quadrilatero circoscritto alla circonferenza, la somma di due lati opposti è congruente alla somma degli altri due: $AB + CD \cong BC + AD$.

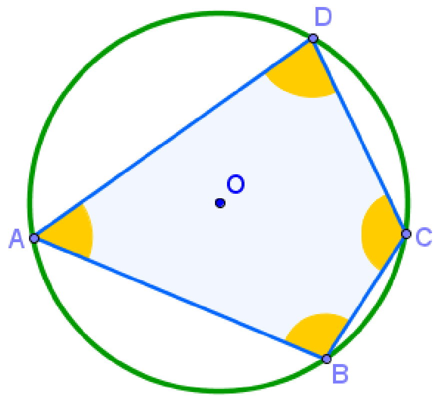
Passando alle loro misure si ha:

$x + (29 - 5x) = 2x + (2x - 3)$; $x + 29 - 5x = 2x + 2x - 3$; $8x = 32$; $x = 4$;

Pertanto: $\overline{AB} = 4\ cm$; $\overline{BC} = 8\ cm$; $\overline{CD} = 9\ cm$; $\overline{AD} = 5\ cm$.

Esercizio 11

Un quadrilatero ABCD è inscritto in una circonferenza. L'ampiezza dell'angolo $\mathbf{A\widehat{D}C}$ supera di 30° la metà dell'ampiezza di $\mathbf{A\widehat{B}C}$. L'ampiezza dell'angolo $\mathbf{B\widehat{C}D}$ supera di 6° il doppio dell'ampiezza di $\mathbf{B\widehat{A}D}$. Determina le ampiezze degli angoli interni del quadrilatero.



$$\begin{cases} A\widehat{D}C = \frac{1}{2}A\widehat{B}C + 30° \\ B\widehat{C}D = 2\,B\widehat{A}D + 6° \end{cases}$$

$\hat{A} = ?$
$\hat{B} = ?$
$\hat{C} = ?$
$\widehat{D} = ?$

<u>Soluzione</u>

Poniamo l'ampiezza dell'angolo $A\widehat{B}C = x \qquad 0 < x < 180°$.

Si ottiene: $A\widehat{D}C = \frac{1}{2}x + 30$

Essendo il quadrilatero inscritto in una circonferenza, gli angoli opposti sono supplementari:

$A\widehat{B}C + A\widehat{D}C = 180°$; $\quad x + \frac{1}{2}x + 30 = 180$; $\quad 2x + x + 60 = 360$; $\quad 3x = 300$; $\quad x = 100$.

Si ottiene: $A\widehat{B}C = 100°$; $\qquad A\widehat{D}C = \frac{1}{2}x + 30° = \frac{1}{2} \cdot 100° + 30° = 80°$.

Poniamo l'ampiezza dell'angolo $B\widehat{A}D = y \qquad 0 < y < 180°$.

Si ottiene: $B\widehat{C}D = 2y + 6$

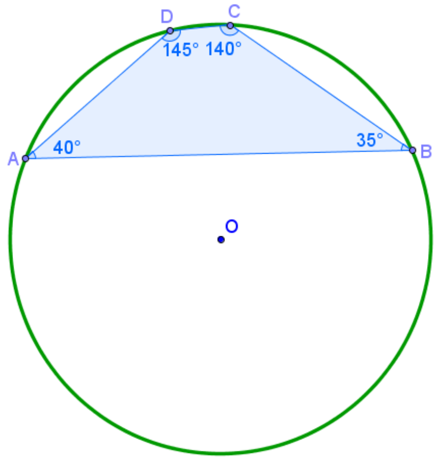
Essendo il quadrilatero inscritto in una circonferenza, gli angoli opposti sono supplementari:

$B\widehat{A}D + B\widehat{C}D = 180°$; $\quad y + 2y + 6 = 180$; $\quad 3y = 174$; $\quad y = 58$.

Si ottiene: $B\widehat{A}D = 58°$; $\qquad B\widehat{C}D = 2y + 6 = 2 \cdot 58° + 6 = 122°$.

Esercizio 12

In un quadrilatero ABCD, inscritto in una circonferenza, l'ampiezza dell'angolo $\widehat{A}$ è 5° gradi in più di quella di $\widehat{B}$. La somma delle ampiezze di $\widehat{C}$ e $\widehat{D}$ è 285°. Qual è l'ampiezza di ciascun angolo interno del quadrilatero?



$\hat{A} = ?$
$\hat{B} = ?$
$\hat{C} = ?$
$\hat{D} = ?$

$$\begin{cases} \hat{A} = \hat{B} + 5° \\ \hat{C} + \hat{D} = 285° \end{cases}$$

<u>*Soluzione 1*</u>

Poniamo la misura dell'angolo $\hat{B} = x$, $\quad 0 < x < 180°$

e la misura dell'angolo $\hat{C} = y$, $\quad 0 < y < 180°$

Si ottiene:

$\hat{A} = x + 5$; $\qquad \hat{D} = 285° - y$.

Essendo il quadrilatero inscritto in una circonferenza, gli angoli opposti sono supplementari:

$\hat{A} + \hat{C} = 180°$ *e* $\hat{B} + \hat{D} = 180°$.

I dati si traducono nel seguente sistema lineare di due equazioni in due incognite:

$\begin{cases} (x+5) + y = 180 \\ x + (285 - y) = 180 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} x + y = +175 \\ x - y = -105 \end{cases}$ *Sottraendo membro a membro si ha:* $2y = 280$; $\quad y = 140$.

$$\begin{cases} (x+5) + y = 180 \\ y + (285 - y) = 180 \end{cases}$$

$\begin{cases} x + y = +175 \\ x - y = -105 \end{cases}$ *sommando membro a membro:*

$2y = 280$; $\quad y = 140$.

$\begin{cases} x + y = +175 \\ x - y = -105 \end{cases}$ *Sommando membro a membro:*

$2x = 70$; $\quad x = 35$.

Pertanto: $\hat{B} = 35°$; $\quad \hat{C} = 140°$; $\quad \hat{A} = 40°$; $\quad \hat{D} = 145°$.

<u>*Soluzione 2*</u>

$$\begin{cases} \hat{A} = \hat{B} + 5° \\ \hat{C} + \hat{D} = 285° \end{cases}$$

Essendo la somma degli angoli interni di un quadrilatero uguale a 360°, si ha che:

$\hat{A} + \hat{B} = 360° - 285°$; $\qquad \hat{A} + \hat{B} = 75°$;

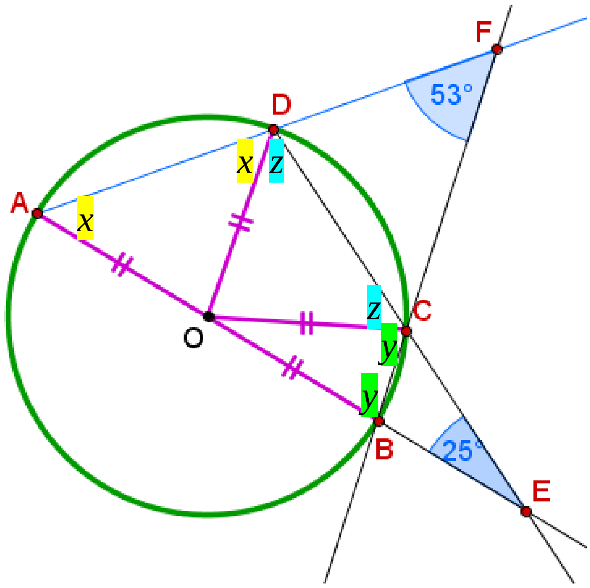
Ponendo $\hat{B} = x$, *con* $x > 0$ $\qquad$ *si ha:* $\hat{A} = x + 5°$.

Si ottiene: $x + 5 + x = 75$; $\qquad 2x = 70$; $\qquad x = 35$.

Quindi si ricava che: $\hat{B} = 35°$, $\qquad \hat{A} = 40°$.

$\hat{C} = 180° - \hat{A} = 180° - 40° = 140°$; $\qquad \hat{D} = 180° - \hat{B} = 180° - 35° = 145°$.

Esercizio 13



Nella figura a lato, ABCD è un quadriatero inscritto nella circonferenza di centro O rappresentata. Il punto E è l'intersezione dei prolungamenti dei lati AB e CD, mentre il punto F è l'intersezione dei prolungamenti dei lati BC e AD. Sapendo che $\mathrm{B\hat{E}C} = 25°$ e $\mathrm{D\hat{F}C} = 53°$, determina le ampiezze di ciascun angolo interno del quadrilatero.

Soluzione

Poniamo: $\hat{A} = x$, $\quad O\hat{B}C = y$, $\quad O\hat{D}C = z$.

Si ricava $A\hat{D}O = x \quad O\hat{C}B = y$, $\quad O\hat{C}D = z$.

Dal triangolo ABF si ha: $x + y + 53 = 180.$

Dal triangolo ADE si ha: $x + x + z + 25 = 180.$

Dal quadrilatero ABCD si ha: $x + x + z + z + y + y = 360.$

Risolviamo il sistema formato da queste tre equazioni:

$$\begin{cases} x + y + 53 = 180 \\ x + x + z + 25 = 180 \\ x + x + z + z + y + y = 360 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 127 \\ 2x + z = 155 \\ x + y + z = 180 \end{cases} \quad \begin{cases} - \\ - \\ z = 180 - (x + y) \end{cases} \quad \begin{cases} - \\ - \\ z = 180 - 127 \end{cases} \quad \begin{cases} - \\ - \\ z = 53 \end{cases}$$

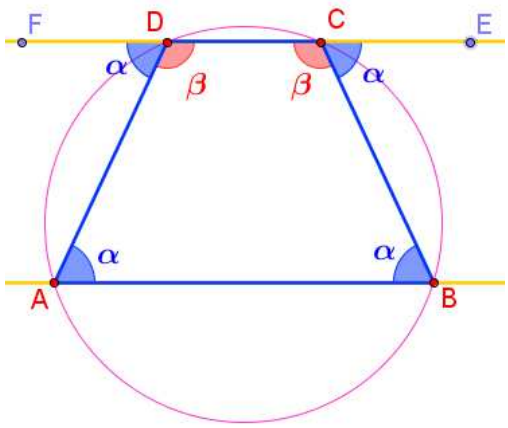
$$\begin{cases} - \\ 2x + 53 = 155 \\ - \end{cases} \quad \begin{cases} - \\ 2x = 102 \\ - \end{cases} \quad \begin{cases} - \\ x = 51 \\ - \end{cases} \quad \begin{cases} - \\ - \\ 51 + y + 53 = 180 \end{cases} \quad \begin{cases} - \\ - \\ y = 76 \end{cases}$$

Pertanto: $\hat{A} = x = 51°$; $\quad \hat{B} = y = 76°$;

$\hat{C} = z + y = 53° + 76° = 129°$; $\quad \hat{D} = x + z = 51° + 53° = 104°$.

Esercizio 14

Dimostra che un trapezio isoscele è inscrivibile in una circonferenza.



IPOTESI		*TESI*
ABCD è un trapezio isoscele	⇒	ABCD è un trapezio inscrivibile in una circonferenza

Dimostrazione

$\hat{A} \cong \hat{B}$ *angoli alla base maggiore del trapezio isoscele ABCD.*

$\hat{A} \cong A\hat{D}F$ *angoli alterni interni fra le rette parallele AB e CD tagliate dalla trasversale AD.*

$\hat{B} \cong B\hat{C}E$ *angoli alterni interni fra le rette parallele AB e CD tagliate dalla trasversale BC.*

Pertanto: $\hat{A} \cong \hat{B} \cong A\hat{D}F \cong B\hat{C}E \cong \alpha$.

$A\hat{D}C \cong B\hat{C}D \cong \beta$ *angoli alla base minore del trapezio isoscele ABCD.*

Osserviamo che:

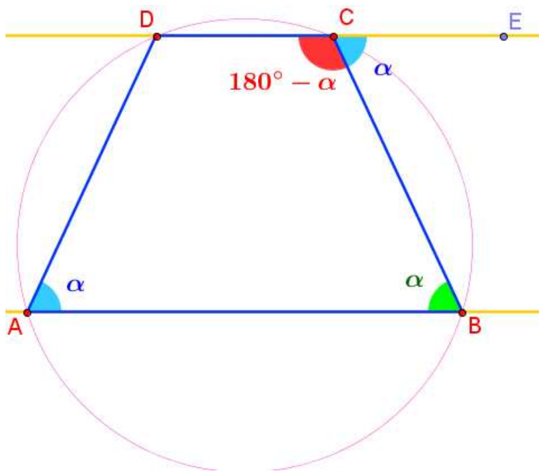
$\hat{A} + B\hat{C}D \cong B\hat{C}E + B\hat{C}D \cong 180°$.

$\hat{B} + A\hat{D}C \cong A\hat{D}F + A\hat{D}C \cong 180°$.

Essendo gli angoli opposti supplementari, si conclude che il trapezio isoscele è inscrivibile in una circonferenza.

Esercizio 15

Dimostra che un trapezio inscritto in una circonferenza è isoscele.



IPOTESI		*TESI*
ABCD è un trapezio inscritto in una circonferenza	⇒	ABCD è un trapezio isoscele

Dimostrazione

Per dimostrare che il trapezio ABCD è isoscele è sufficiente dimostrare che gli angoli adiacenti ad una delle due basi sono congruenti.

Essendo ABCD un trapezio inscritto in una circonferenza, gli angoli opposti sono supplementari: $\hat{A} + B\hat{C}D = 180°$.

Poniamo l'angolo $\hat{A} = \alpha$. *Si ottiene:* $B\hat{C}D = 180° - \alpha$.

Essendo l'angolo $D\hat{C}E = 180°$ *si ricava:* $B\hat{C}E = 180° - B\hat{C}D = 180° - (180° - \alpha) = \alpha$.

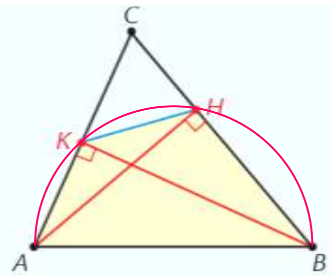
Inoltre:

$\hat{B} = B\hat{C}E = \alpha$ *perché angoli alterni interni fra le rette parallele AB e CD tagliate dalla trasversale BC.*

Si conclude che: $\hat{A} = \hat{B} = \alpha$ *cioè che il trapezio ABCD è isoscele.*

Esercizio 16

In un triangolo acutangolo ABC, siano AH e BK, rispettivamente, le altezze relative ai lati BC e AC. Dimostra che il quadrilatero $ABHK$ è inscrivibile in una circonferenza. Qual è il centro della circonferenza circoscritta?



IPOTESI $AH \perp BC$; $BK \perp AC$;

TESI $ABHK$ è $inscrivibile\ in\ una\ circonferenza$

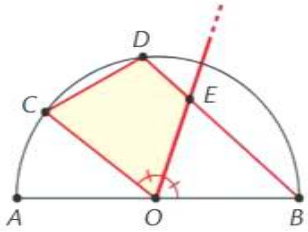
DIMOSTRAZIONE

I punti H e K sono tali che $A\widehat{H}B = 90°$ e $A\widehat{K}B = 90°$, quindi H e K appartengono alla circonferenza di diametro AB

Pertanto il quadrilatero $ABHK$ è *inscritto* in una circonferenza e il centro della circonferenza circoscritta è il *punto medio* di AB.

Esercizio 17

Data una semicirconferenza di diametro AB e centro O, considera su di essa un punto C e traccia la bisettrice di $B\hat{O}C$. BD (con D sull'arco $\overset{\frown}{BC}$) è una corda che interseca tale bisettrice in E. Dimostra che il quadrilatero $OEDC$ è inscrivibile in una circonferenza.



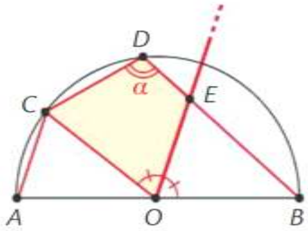
IPOTESI *Circonferenza di diametro AB; OE è bisettrice di $B\hat{O}C$*

TESI *OEDC è inscrivibile in una circonferenza*

DIMOSTRAZIONE

- Congiungi A con C e indica con α l'ampiezza dell'angolo $C\hat{D}E$.
- Il quadrilatero $ACDB$ è inscritto nella circonferenza di diametro AB, quindi i suoi angoli opposti sono *supplementari* Puoi esprimere allora l'ampiezza di $C\hat{A}B$ in funzione di α:

  $C\hat{A}B = 180 - \alpha$



- Osserva che l'angolo $C\hat{O}B$ è l'angolo al centro corrispondente all'angolo alla circonferenza $C\hat{A}B$. Quindi:

  $C\hat{O}B = 2\,C\hat{A}B$ e $C\hat{O}E = B\hat{O}E$
- La somma delle ampiezze degli angoli $C\hat{O}E$ e $C\hat{D}E$ è $180°$. Pertanto $OEDC$ è *inscrivibile* in una circonferenza.

Esercizio 18

Quanti lati ha un poligono regolare i cui angoli interni hanno ampiezza 144°.

<u>Soluzione</u>

La somma degli angoli interni di un poligono di n lati è: $(n-2)\cdot 180°$.

Questo perché il poligono si può dividere in $(n-2)$ *triangoli.*

Pertanto, ponendo il $N°\ lati\ del\ poligono = n$, $n > 0$,

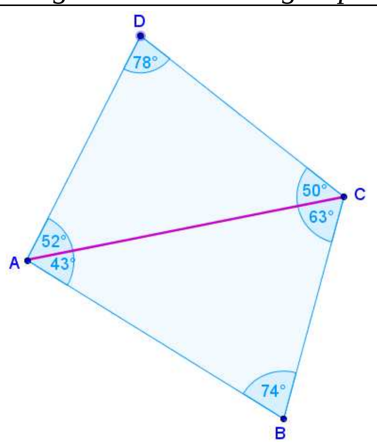
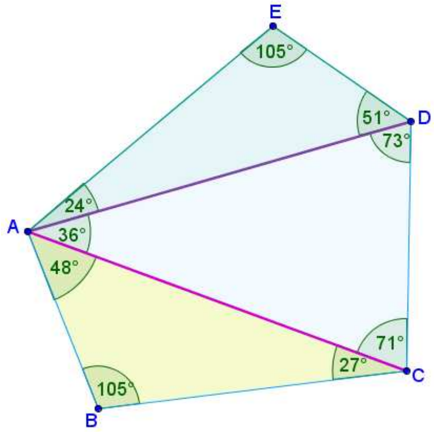
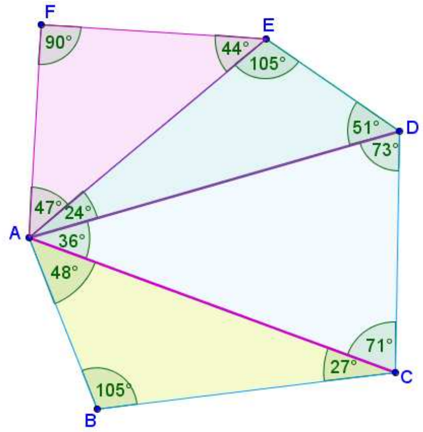
si ha che la somma degli angoli interni del poligono di n lati è: $144 \cdot n$.

Occorre quindi risolvere l'equazione:

$(n-2)\cdot 180 = 144\,n$; $180n - 360 = 144\,n$; $36n = 360$; $n = 10$.

Il poligono ha 10 lati.

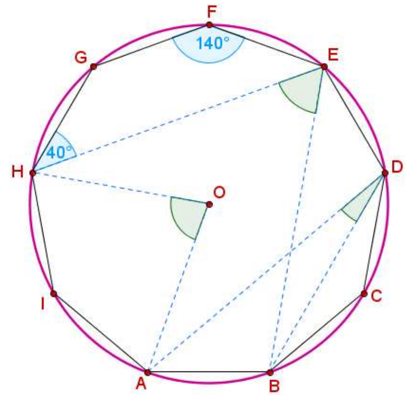
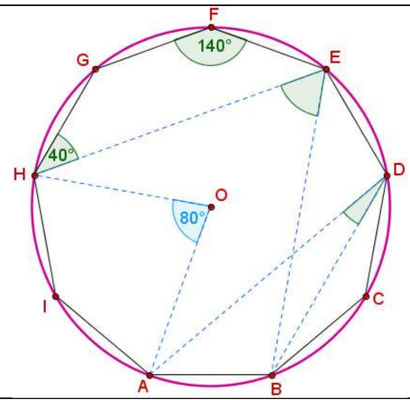
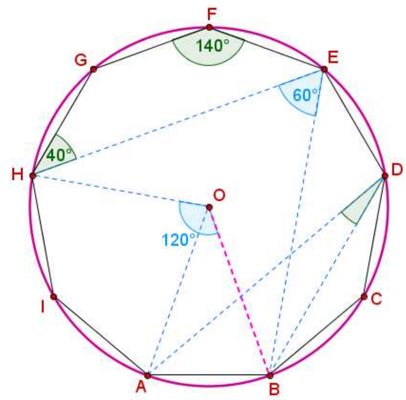
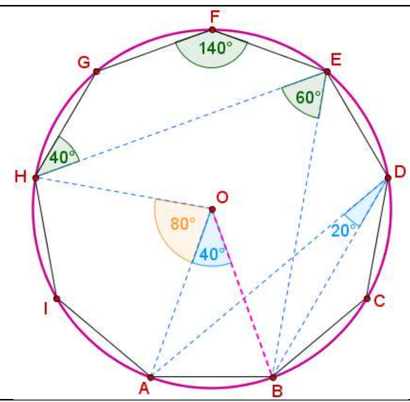
Esempi:

<table>
<tr><td>Quadrilatero</td><td>Pentagono</td><td>Esagono</td></tr>
<tr><td>2 Triangoli ⟷ 2 Angoli piatti</td><td>3 Triangoli ⟷ 3 Angoli piatti</td><td>4 Triangoli ⟷ 4 Angoli piatti</td></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td><td>
</td></tr>
</table>

Esercizio 19

In figura è rappresentato un ennagono regolare e la sua circonferenza circoscritta. Determina le ampiezze degli angoli indicati.

<u>*Soluzione*</u>

Iniziamo a determinare l'ampiezza dell'angolo $\hat{F}$*:* *La somma degli angoli interni dell'ennagono è:* $S_{A_i} = (n-2) \cdot 180° = (9-2) \cdot 180° = 1260°.$ *L'ampiezza dell'angolo* $\hat{F}$ *è:* $\hat{F} = \frac{1260°}{9} = 140°$. *Essendo il quadrilatero EFGH inscritto in una circonferenza, gli angoli opposti sono supplementari:* $\hat{H} + \hat{F} = 180°$; $\hat{H} = 180° - \hat{F} = 180° - 140° = 40°$.	
L'angolo $A\hat{O}H$ *è un angolo alla circonferenza che insiste sull'arco AH che è i 2/9 della misura dell'intera circonferenza.* *Pertanto l'ampiezza dell'angolo* $A\hat{O}H$ *è:* $A\hat{O}H = \frac{2}{9} \cdot 360° = 80°$	
L'angolo $B\hat{O}H$ *è un angolo alla circonferenza che insiste sull'arco BH che è i 3/9 della misura dell'intera circonferenza.* *Pertanto l'ampiezza dell'angolo* $B\hat{O}H$ *è:* $B\hat{O}H = \frac{3}{9} \cdot 360° = 120°$ *L'angolo* $B\hat{E}H$ *è un angolo al centro che insiste sullo stesso arco BH dell'angolo alla circonferenza* $B\hat{O}H$. *Quindi la sua ampiezza è:* $B\hat{E}H = \frac{1}{2} B\hat{O}H = \frac{1}{2} \cdot 120° = 60°$.	
L'ampiezza dell'angolo $A\hat{O}B$ *è:* $A\hat{O}B = B\hat{O}H - A\hat{O}H = 120° - 80° = 40°.$ *L'angolo* $A\hat{D}B$ *è un angolo al centro che insiste sullo stesso arco AB dell'angolo alla circonferenza* $A\hat{O}B$. *Quindi la sua ampiezza è:* $A\hat{D}B = \frac{1}{2} A\hat{O}B = \frac{1}{2} \cdot 40° = 20°$.	

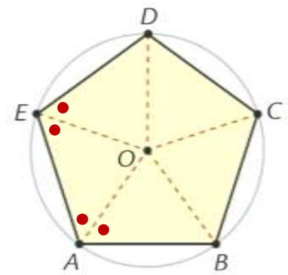
Esercizio 20

Dimostra che un pentagono equilatero, inscritto in una circonferenza, è regolare. Si può enunciare un teorema analogo per un generico poligono regolare (invece che per un pentagono)?

IPOTESI *ABCDE è un pentagono equilatero inscritto in una circonferenza*

TESI *ABCDE è un pentagono regolare*

DIMOSTRAZIONE



- Congiungi O con i vertici del pentagono e considera i triangoli AOB, BOC, COD, DOE, AOE.
- Tali triangoli sono *congruenti* perché *sono triangoli isosceli con i lati obliqui congruenti al raggio e le basi congruenti*
- Allora gli angoli del pentagono sono *congruenti*, in quanto *somme di angoli congruenti*
- Il ragionamento condotto si può ripetere similmente per un esagono? E per un ettagono? E per un poligono di più di sette lati? Quindi ....

Tutti i poligoni regolari equilateri sono regolari.