

CONICHE

Le coniche sono curve piane ottenute come sezioni di una superficie conica con un piano.

Al variare dell'angolo α formato dal piano secante con l'asse del cono si ottengono le coniche:

✚ **non degeneri** $\left\{ \begin{array}{l} \textit{ellisse} \\ \textit{circonferenza} \\ \textit{parabola} \\ \textit{iperbole} \end{array} \right.$



Iperbole



Parabola



Ellisse

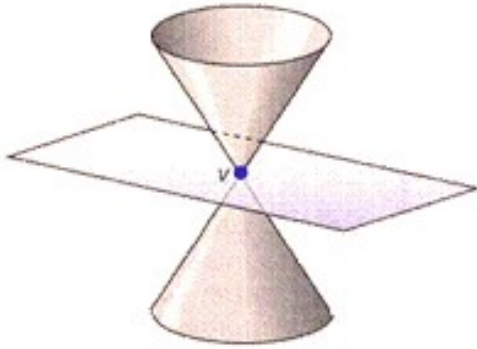


Circonferenza

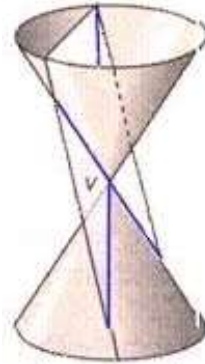
degeneri

$\left\{ \begin{array}{l} \text{un punto} \\ \text{due rette parallele} \\ \text{due rette coincidenti} \\ \text{due rette incidenti} \end{array} \right.$

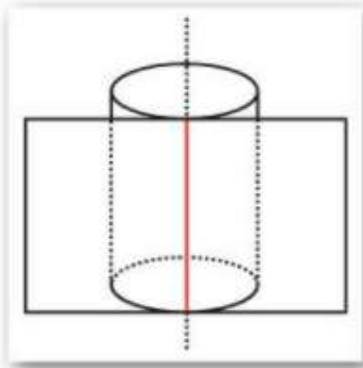
$\left\{ \begin{array}{l} \text{(ellisse degenera)} \\ \text{(parabola degenera)} \\ \text{(parabola degenera)} \\ \text{(iperbole degenera)} \end{array} \right.$



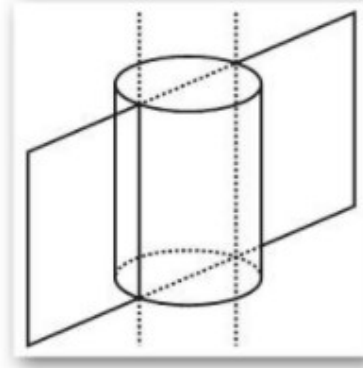
Punto



Due rette incidenti



Due rette coincidenti



Due rette parallele

Nota

Le due rette parallele si ottengono dalla sezione di una superficie cilindrica con un piano parallelo all'asse della superficie cilindrica.

TEOREMA

Ogni conica è descritta da

⇒

un'equazione di secondo grado in due incognite

$$Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E + Fxy = 0$$

con A, B, F non contemporaneamente nulli

TEOREMA INVERSO

Se l'insieme delle soluzioni dell'equazione

$$Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E + Fxy = 0$$

non è vuoto.

⇒

L'insieme delle soluzioni rappresenta, nel piano cartesiano, una conica.

Se $F \neq 0$ $\left[\begin{array}{l} \text{conica con gli assi} \\ \text{non paralleli agli} \\ \text{assi cartesiani} \end{array} \right]$

- funzione omografica $y = \frac{ax + b}{cx + d}$
- iperbole equilatera riferita agli asintoti $xy = k$
- altri tipi . . .

$F = 0$ $\left[\begin{array}{l} \text{conica con assi} \\ \text{paralleli agli} \\ \text{assi cartesiani} \end{array} \right]$

- $A \cdot B = 0$
 - $\left\{ \begin{array}{l} \text{parabola con asse } \parallel \text{ asse } x \quad [\text{se } A = 0 \wedge B \neq 0] \\ \text{parabola con asse } \parallel \text{ asse } y \quad [\text{se } A \neq 0 \wedge B = 0] \\ \text{coppia di rette parallele} \quad [(A = C = 0) \vee (B = D = 0)] \end{array} \right.$
- $A \cdot B < 0$
 - $\left\{ \begin{array}{l} \text{iperbole con asse trasverso } \parallel \text{ asse } x \quad [\text{se } \delta > 0] \\ \text{iperbole con asse trasverso } \parallel \text{ asse } y \quad [\text{se } \delta < 0] \\ \text{due rette incidenti in } O' \left(-\frac{C}{2A}; -\frac{D}{2B} \right) \quad [\text{se } \delta = 0] \end{array} \right.$
- $A \cdot B > 0$
 - $\left\{ \begin{array}{l} \text{ellisse} \quad [\text{se } \delta > 0 \wedge A > 0 \wedge B > 0] \\ \text{punto } O' \left(-\frac{C}{2A}; -\frac{D}{2B} \right) \quad [\text{se } \delta < 0 \wedge A < 0 \wedge B < 0] \\ \text{punto } O' \left(-\frac{C}{2A}; -\frac{D}{2B} \right) \quad [\text{se } \delta = 0] \end{array} \right.$

Con $\delta = \frac{C^2}{4A} + \frac{D^2}{4B} - E$