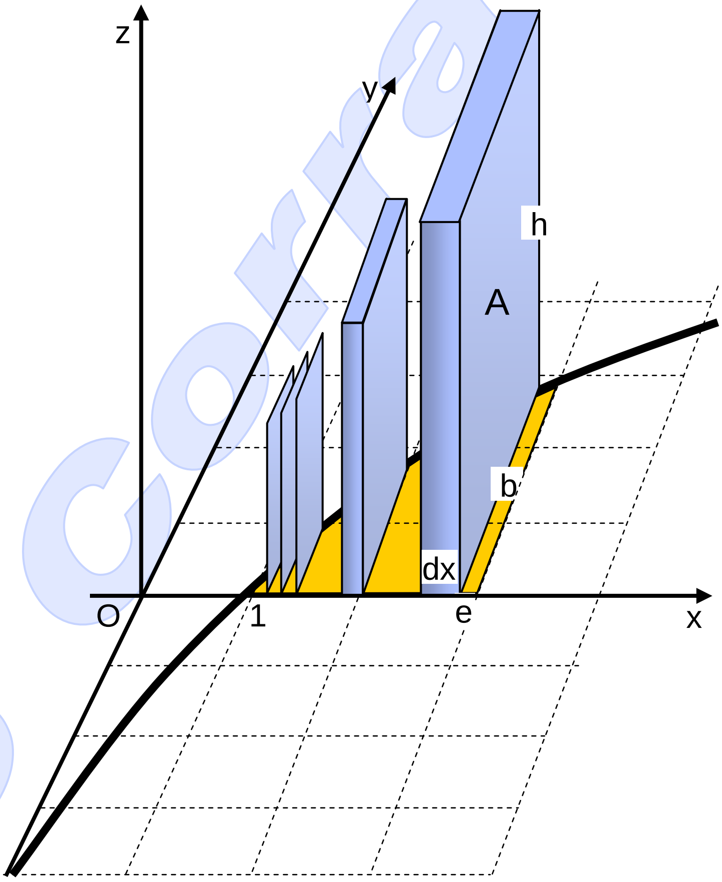
ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

Sessione Ordinaria 2007

PIANO NAZIONALE INFORMATICA

Questionario

<u>*Quesito 2*</u>



Ciascuna sezione rettangolare che divide il solido ha la base che misura $b = \ln x$ e l'altezza che misura $h = 3\ln x$.

La sua area pertanto misura $A = 3\ln^2 x$

Il volume del solido è approssimabile alla somma di infiniti parallelepipedi aventi per superficie di base rettangoli di area $A = 3\ln^2 x$ e per altezza il valore infinitesimale dx, e quindi aventi volumi infinitesimali $dV = \left(3\ln^2 x\right)dx$.

Pertanto il volume del solido richiesto è:

$$V = \int_1^e \left(3\ln^2 x\right)dx$$

Calcolando inizialmente una primitiva di tale integrale $\int\left(3\ln^2 x\right)dx$ con l'integrazione per parti:

$$\int f'(x)\cdot g(x)dx = f(x)\cdot g(x) - \int f(x)\cdot g'(x)dx$$

considerando $g(x) = \ln^2 x$ come fattore finito e $f'(x) = 3$ come fattore differenziale:

$$\int\left(3\ln^2 x\right)dx \ =$$

$$3x\cdot\ln^2 x - \int\left(3x\cdot 2\ln x\cdot\frac{1}{x}\right)dx \ = \ 3x\cdot\ln^2 x - \int\left(6\cdot\ln x\right)dx$$; riapplicando l'integrazione per parti

considerando $g(x) = \ln x$ fattore finito e $f'(x) = 6$ fattore differenziale, si ha:

$$= \ 3x\cdot\ln^2 x - 6x\cdot\ln x + \int\left(6x\cdot\frac{1}{x}\right)dx \ = \ 3x\cdot\ln^2 x - 6x\cdot\ln x + \int 6\,dx \ = \ 3x\cdot\ln^2 x - 6x\cdot\ln x + 6x\,.$$

Il volume del solido richiesto è: $V = \int_1^e\left(3\ln^2 x\right)dx \ = \ \left[3x\cdot\ln^2 x - 6x\cdot\ln x + 6x\right]_1^e \ =$

$$= \ 3e\cdot\ln^2 e - 6e\cdot\ln e + 6e - \left(3\cdot 1\cdot\ln^2 1 - 6\cdot 1\cdot\ln 1 + 6\cdot 1\right) \ = \ 3e - 6e + 6e - \left(3\cdot 1\cdot 0 - 6\cdot 1\cdot 0 + 6\right) \ =$$

$$= \ 3e - 6 \ \cong \ 3\cdot 2{,}718281 - 6 \ \cong \ 2{,}15\ .$$