

FUNZIONE DI FUNZIONE

Nella determinazione dell'espressione della funzione di funzione, occorre sempre considerare il Dominio della funzione più interna.

Esempio

Date le due funzioni: $f(x) = \begin{cases} \Delta & \text{se } x > a \\ 0 & \text{se } x \leq a \end{cases}$ e $g(x) = \begin{cases} \alpha & \text{se } x > b \\ \beta & \text{se } x \leq b \end{cases}$

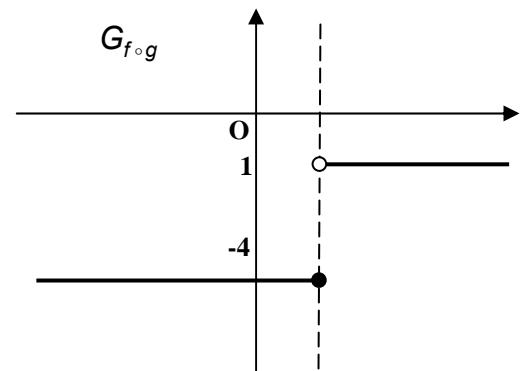
$$f \circ g = f(g(x)) = \begin{cases} f(g(x)) & \text{se } x > b \\ f(g(x)) & \text{se } x \leq b \end{cases} \quad \text{mentre} \quad g \circ f = g(f(x)) = \begin{cases} g(f(x)) & \text{se } x > a \\ g(f(x)) & \text{se } x \leq a \end{cases}$$

Esercizio 1

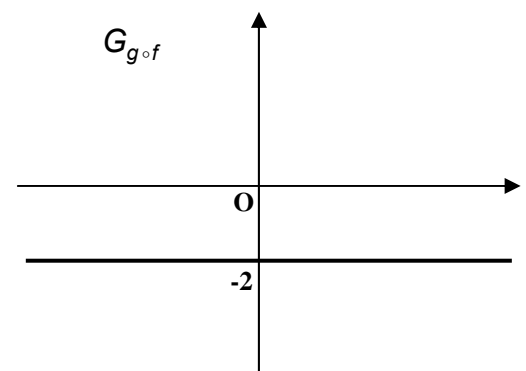
Siano date le due funzioni f e g seguenti, determinare le funzioni $f \circ g$ e $g \circ f$ e rappresentarle nel piano cartesiano.

$$f(x) = \begin{cases} -1 & \text{se } x > 0 \\ 2x & \text{se } x \leq 0 \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x > 1 \\ -2 & \text{se } x \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} f \circ g = f(g(x)) &= \begin{cases} f(g(x)) & \text{se } x > 1 \\ f(g(x)) & \text{se } x \leq 1 \end{cases} = \\ &= \begin{cases} f(1) & \text{se } x > 1 \\ f(-2) & \text{se } x \leq 1 \end{cases} = \begin{cases} -1 & \text{se } x > 1 \\ 2 \cdot (-2) & \text{se } x \leq 1 \end{cases} \\ &= \begin{cases} -1 & \text{se } x > 1 \\ -4 & \text{se } x \leq 1 \end{cases} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} g \circ f = g(f(x)) &= \begin{cases} g(f(x)) & \text{se } x > 0 \\ g(f(x)) & \text{se } x \leq 0 \end{cases} = \\ &= \begin{cases} g(-1) & \text{se } x > 0 \\ g(2x) & \text{se } x \leq 0 \end{cases} = \begin{cases} -2 & \text{se } x > 0 \\ -2 & \text{se } x \leq 0 \end{cases} \end{aligned}$$



Pertanto la funzione $g(f(x)) = -2 \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

Esercizio 2

Siano date le due funzioni f e g seguenti, determinare le funzioni $f \circ g$ e $g \circ f$ e rappresentarle nel piano cartesiano.

$$f(x) = \begin{cases} 2x & \text{se } x > 1 \\ -1 & \text{se } x \leq 1 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} -2 & \text{se } x > 1 \\ 1 & \text{se } x \leq 1 \end{cases}$$

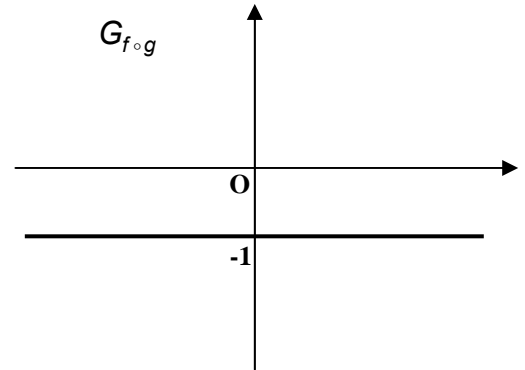
$$f \circ g = f(g(x)) = \begin{cases} f(g(x)) & \text{se } x > 1 \\ f(g(x)) & \text{se } x \leq 1 \end{cases} =$$

$$= \begin{cases} f(-2) & \text{se } x > 1 \\ f(1) & \text{se } x \leq 1 \end{cases} = \begin{cases} -1 & \text{se } x > 1 \\ -1 & \text{se } x \leq 1 \end{cases}$$

Pertanto la funzione $f(g(x)) = -1 \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

Nota

$f(1) = -1$ perché $1 \leq 1$ e quindi rientra nel caso $x \leq 1$.



$$g \circ f = g(f(x)) = \begin{cases} g(f(x)) & \text{se } x > 1 \\ g(f(x)) & \text{se } x \leq 1 \end{cases} =$$

$$= \begin{cases} g(2x) & \text{se } x > 1 \\ g(-1) & \text{se } x \leq 1 \end{cases} = \begin{cases} -2 & \text{se } x > 1 \\ 1 & \text{se } x \leq 1 \end{cases}$$

Pertanto la funzione $g(f(x)) = g(x)$.

