DOMINIO : $f(x)=\left|x^2-2x\right|-8$ è una funzione razionale intera di secondo grado, definita in $(-\infty,+\infty)$

$$f(x)=\begin{cases}+\left(x^2-2x\right)-8 & \text{se } x^2-2x\geq 0\\ -\left(x^2-2x\right)-8 & \text{se } x^2-2x<0\end{cases} \qquad \text{cioè} \qquad f(x)=\begin{cases}x^2-2x-8 & \text{se } x\leq 0;\, x\geq 2\\ -x^2+2x-8 & \text{se } 0<x<2\end{cases}$$

Trattandosi di due parabole, non occorre fare uso dell'analisi matematica, basta la geometria analitica.

DISEGNO DELLA FUNZIONE $f_1(x)=x^2-2x-8$ nell'intervallo $(-\infty,0)\cup(2,+\infty)$

$$X_{V1}=-\frac{b}{2a}=-\frac{-2}{2\cdot 1}=1\,; \qquad Y_{V1}=f\left(X_{V1}\right)=1^2-2\cdot 1-8=-9 \qquad \Rightarrow \qquad V_1(1,-9)$$

Intersezione con gli assi :

$$\begin{cases}y=x^2-2x-8\\ x=0\end{cases} \qquad \begin{cases}y=0^2-2\cdot 0-8=-8\\ x=0\end{cases} \qquad \Rightarrow \qquad A(0,-8)$$

$$\begin{cases}y=x^2-2x-8\\ y=0\end{cases} \qquad \begin{cases}0=x^2-2x-8\\ y=0\end{cases}$$

$$\begin{cases}X_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}=\dfrac{2\pm\sqrt{4+32}}{2\cdot 1}=\dfrac{2\pm\sqrt{36}}{2}=\dfrac{2\pm 6}{2}=\begin{cases}X_1=-2\\ X_2=4\end{cases}\\ y=0\end{cases} \qquad \Rightarrow \qquad \begin{matrix}B(-2,0)\\ C(4,0)\end{matrix}$$

DISEGNO DELLA FUNZIONE $f_2(x)=-x^2+2x-8$ nell'intervallo $(0\,,2)$

$$X_{V2}=-\frac{b}{2a}=-\frac{2}{2\cdot(-1)}=1\,; \qquad Y_{V2}=f\left(X_V\right)=-1^2+2\cdot 1-8=-7 \qquad \Rightarrow \qquad V_2(1,-7)$$

Intersezione con gli assi :

$$\begin{cases}y=x^2-2x-8\\ x=0\end{cases} \qquad \begin{cases}y=0^2-2\cdot 0-8=-8\\ x=0\end{cases} \qquad \Rightarrow \qquad A(0,-8)$$

Non occorre effettuare l'intersezione con l'asse delle x. La parabola, avendo il vertice in $V_2(1;\ -7)$ e avendo la concavità rivolta verso il basso (perché a < 0), non tocca mai l'asse delle x.

Nei punti **M** ed **N** la funzione non è derivabile, la derivata destra è diversa dalla derivata sinistra, infatti:

$$f_1{}^{I}(x) = 2x - 2 \quad \text{mentre} \quad f_2{}^{I}(x) = -2x + 2$$

$$\text{In M si ha}: \quad f_{-}^{I}(0) = \lim_{x \to 0^-} (2x - 2) = -2 \quad \neq \quad f_{+}^{I}(0) = \lim_{x \to 0^+} (-2x + 2) = +2$$

$$\text{In N si ha}: \quad f_{-}^{I}(2) = \lim_{x \to 2^-} (2x - 2) = +2 \quad \neq \quad f_{+}^{I}(2) = \lim_{x \to 2^+} (-2x + 2) = -2$$

La funzione ammette due minimi relativi in **M(0;˜ 8)** e **N(2;˜ 8)** , che risultano essere anche minimi assoluti.
La funzione volge la concavità verso l'alto in $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$
La funzione volge la concavità verso il basso in $(0\,, 2)$.
La funzione è limita inferiormente, ma non è superiormente limitata.
Il codominio della funzione è: $[8; +\infty)$.
Il grafico è il seguente :