

## Esercizio x3 – Funzione continua

Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da:  $f(x) = \begin{cases} a \cdot e^{ax} + b & \text{se } x \leq 0 \\ ax^2 + bx & \text{se } x > 0 \end{cases}$

dove  $a$  e  $b$  sono parametri reali. Per quali valori di  $a$  e di  $b$  la funzione è continua ?

Soluzione

La funzione  $y = a \cdot e^{ax} + b$ , essendo formata da funzioni continue, è continua nell'intervallo  $]-\infty, 0[$ .

La funzione  $y = ax^2 + bx$ , essendo una parabola, è continua nell'intervallo  $]0, +\infty[$ .

Affinché la funzione  $f(x)$  sia continua anche in  $x = 0$  deve risultare che:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} (a \cdot e^{ax} + b) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (ax^2 + bx).$$

$$\text{Essendo } \lim_{x \rightarrow 0^-} (a \cdot e^{ax} + b) = a + b \quad \text{e} \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} (ax^2 + bx) = 0 \quad \Rightarrow \quad a + b = 0, \quad \text{cioè} \quad b = -a.$$

Si conclude che la funzione  $f(x)$  è continua in tutto il suo Dominio per  $b = -a$ .

$$\text{Essa risulta così definita: } f(x) = \begin{cases} a \cdot e^{ax} - a & \text{se } x \leq 0 \\ ax^2 - ax & \text{se } x > 0 \end{cases}$$