FISICA

Teoria

1 | Scalari e vettori

1.1 | Grandezze scalari

Misurare una grandezza fisica (come la lunghezza di un tavolo o la durata di un evento) significa fissare un'opportuna **unità di misura** (per esempio, rispettivamente, il metro o il minuto) e stabilire quante volte essa è contenuta nella grandezza data.

Si dice **scalare** una grandezza che può essere descritta indicando un numero, eventualmente accompagnato dalla relativa unità di misura.

Il record del mondo sui 100 metri piani e l'altezza del monte Everest sono grandezze scalari (un tempo e una lunghezza, rispettivamente). Allo stesso modo, anche se non ha alcuna unità di misura, la percentuale di bambini maschi in una classe elementare è una grandezza scalare: viene espressa infatti con un *numero puro*.

1.1.1 | Sistema internazionale delle unità di misura

In fisica si definiscono sette grandezze **fondamentali** fra loro indipendenti, tra cui la lunghezza, la massa e il tempo. Tutte le altre prendono il nome di grandezze **derivate** nel senso che si possono ricavare tramite opportune "ricette" matematiche a partire dalle grandezze fondamentali.

La velocità è una grandezza derivata definita come rapporto di due grandezze fondamentali:

$$\text{velocità} = \frac{\text{lunghezza}}{\text{tempo}}$$

Per convenzione, il sistema di unità di misura attualmente adottato è il Sistema internazionale (SI) o MKS (dalle iniziali dei simboli per le unità di misura metro, chilogrammo e secondo); in questo sistema le sette grandezze fondamentali hanno le unità di misura riportate nella tabella seguente.

Grandezza fondamentale	Unità di misura nel SI	Simbolo
lunghezza	metro	m
massa	chilogrammo	kg
tempo	secondo	s
intensità di corrente	ampere	A
temperatura	kelvin	K
intensità luminosa	candela	cd
quantità di materia	mole	mol

Il SI non è il solo sistema di unità di misura esistente; un altro molto usato è il CGS (dalle iniziali di centimetro, grammo e secondo), nel quale per lunghezza, massa e tempo si usano rispettivamente le unità di misura centimetro, grammo e secondo. In questo testo, in generale, si utilizzano le unità di misura del SI.

In Appendice è riportata una tabella di conversione fra SI e CGS.

FISICA

1.1.2 | Unità di misura: multipli e sottomultipli

In entrambi i sistemi SI e CGS si aggiungono prefissi alle unità di misura in modo da rendere i numeri più "maneggevoli". La tabella seguente riporta i prefissi più usati.

Multipli				Sottomultipli			
deca (da)	10^1	mega (M)	10^6	deci (d)	10^{-1}	micro (μ)	10^{-6}
etto (h)	10^2	giga (G)	10^9	centi (c)	10^{-2}	nano (n)	10^{-9}
chilo (k)	10^3	tera (T)	10^{12}	milli (m)	10^{-3}	pico (p)	10^{-12}

Questi prefissi si usano moltiplicando la corrispondente potenza di 10 per le unità di misura a cui vengono affiancati:

$$1 \text{ millisecondo} = 1 \text{ ms} = 10^{-3} \cdot 1 \text{ secondo} = 10^{-3} \text{ s}$$

$$1 \text{ gigametro} = 1 \text{ Gm} = 10^{9} \cdot 1 \text{ metro} = 10^{9} \text{ m}$$

Per passare da un'unità di misura a un suo multiplo o sottomultiplo si inverte la definizione:

$$1 \text{ hg} = 10^2 \text{ g} = 100 \text{ g} \;\Rightarrow\; 1 \text{ g} = \frac{1 \text{ hg}}{100} = 10^{-2} \text{ hg}$$

$$1 \text{ pm} = 10^{-12} \text{ m} \;\Rightarrow\; 1 \text{ m} = \frac{1 \text{ pm}}{10^{-12}} = 10^{12} \text{ pm}$$

Si esprima la lunghezza 7 Gm (gigametri) in pm (picometri).
In esercizi di questo tipo bisogna lavorare con le potenze di 10; in particolare, una volta note le definizioni dei prefissi per le unità di misura, si devono applicare le proprietà:

$$10^a \cdot 10^b = 10^{a+b} \quad \text{oppure} \quad 10^a/10^b = 10^{a-b}$$

Conviene sempre passare per l'unità di misura senza prefisso (il metro nell'esempio):

$$7 \text{ Gm} = 7 \cdot (10^9 \text{ m}) = 7 \cdot 10^9 \cdot (\mathbf{1\ m}) = 7 \cdot 10^9 \cdot (10^{12} \text{ pm}) =$$
$$= 7 \cdot (10^9 \cdot 10^{12}) \text{ pm} = 7 \cdot 10^{9+12} \text{ pm} = 7 \cdot 10^{21} \text{ pm}$$

1.1.3 | Notazione scientifica o esponenziale

Ogni numero razionale può essere scritto nella forma $a \cdot 10^b$, dove a è un numero decimale con una sola cifra diversa da zero prima della virgola, mentre b è un numero intero.

$0{,}0025 = 2{,}5 \cdot 10^{-3}$; $\quad -562{,}5 = -5{,}625 \cdot 10^{2}$; $\quad -0{,}070 = -7{,}0 \cdot 10^{-2}$

Nel trasformare –0,070 in notazione esponenziale non si può tralasciare lo zero dopo il 7.
In fisica, infatti, gli zeri a destra dell'ultima cifra diversa da zero dopo la virgola contengono un'informazione non trascurabile: per esempio, qui, «7 centesimi e 0 millesimi» anziché «7 centesimi». Trascurando questo zero nel passaggio alla notazione esponenziale, l'informazione rispetto al numero di partenza sarebbe incompleta (si veda più avanti il § 1.4.2).

1.1.4 | Ordine di grandezza

L'ordine di grandezza (ODG) di un numero indica con quale potenza di 10 lo si può sostituire in calcoli approssimati. Dato un numero espresso nella notazione esponenziale $a \cdot 10^b$, il suo ODG è:

pari all'esponente b se $|a| < 5$ oppure pari a $b + 1$ se $|a| \geq 5$

$\text{ODG}(0{,}0025) = -3$; $\quad \text{ODG}(-562{,}5) = 2 + 1 = 3$; $\quad \text{ODG}(-0{,}070) = -2 + 1 = -1$

PARTE SESTA

1.2 | Dimensioni di una grandezza fisica

Per ciascuna delle grandezze fondamentali viste al § 1.1 si introduce un'etichetta di riconoscimento che, racchiusa fra parentesi quadre, indica la grandezza stessa o, più correttamente, la sua *dimensione*. Nella tabella seguente vengono riportate le dimensioni delle grandezze fondamentali.

Grandezza	Dimensione
lunghezza	[L]
massa	[M]
tempo	[T]
intensità di corrente elettrica	[i]
temperatura	[K]
intensità luminosa	[I]
quantità di materia	[m]

Le dimensioni di una grandezza derivata si ricavano dalle dimensioni delle grandezze fondamentali, secondo la stessa relazione che lega la grandezza derivata alle grandezze fondamentali.

Le dimensioni della velocità media, definita come $\frac{\Delta s}{\Delta t}$, sono $\frac{[L]}{[T]}$.

Se due grandezze fisiche hanno le stesse dimensioni, si dicono **omogenee**.
Alcune grandezze fisiche (tipicamente quelle definite come rapporto fra due grandezze omogenee) sono prive di dimensioni: si tratta di grandezze fisiche **adimensionali**.

La lunghezza di un tavolo e l'altezza di un muro sono grandezze omogenee e hanno entrambe dimensione [L].

Gli **angoli**, che nel SI e nel CGS si misurano in radianti (simbolo: rad), sono grandezze scalari adimensionali. Si noti che, quando non è accompagnata dall'indicazione dei radianti, la dicitura «π» non rappresenta l'angolo piatto, bensì il numero puro che vale circa 3,14.
Dunque, per esempio: 2π rad è l'angolo giro; 2π è un numero puro che vale circa 6,28.

Quali sono le dimensioni di $\cos\vartheta$?
Il coseno di un angolo (così come il seno e la tangente) sono funzioni trigonometriche definite come rapporto tra due segmenti, pertanto sono adimensionali.

1.2.1 | Regole per l'analisi dimensionale

Le dimensioni vengono trattate proprio come le quantità algebriche nel calcolo letterale. Questo implica alcune regole pratiche:

1. i numeri puri, gli angoli e tutte le grandezze adimensionali in genere non hanno dimensioni; nell'analisi dimensionale si possono sostituire con un 1;
2. moltiplicare o dividere una grandezza fisica per un numero puro non varia le dimensioni del risultato;
3. le grandezze fisiche possono essere sommate o sottratte solo se hanno le stesse dimensioni (ossia se sono omogenee);
4. i due membri di un'equazione o di un'uguaglianza fisica devono avere le stesse dimensioni.

Se p è il perimetro di una stanza (con dimensioni $[L]$), il doppio del perimetro ha ancora dimensioni $[L]$. In formule:

$$[2p] = [2] \cdot [p] = 1 \cdot [L] = [L]$$

Questo perché il numero puro 2 è adimensionale.

Le operazioni "1 m + 1 kg" e "22 m/s – 10 s" non hanno senso in fisica.

FISICA

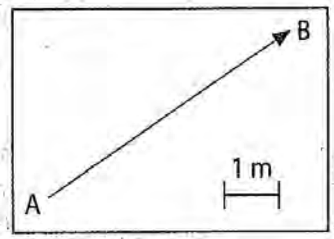
1.3 | Grandezze vettoriali

Queste grandezze sono individuate, oltre che da un numero (*modulo* o *intensità*) che ne esprime la misura rispetto a un'unità prefissata, anche da una *direzione* e da un *verso*.

Si supponga di dover descrivere lo spostamento di una formica a partire dalla sua tana. È chiaro che specificare la lunghezza di questo spostamento, per esempio 3 cm, non è sufficiente: questo basta soltanto a stabilire che la formica, dopo essersi spostata, si trova in qualche punto di una circonferenza di raggio 3 cm centrata nella tana! **Lo spostamento non è una grandezza scalare, ma vettoriale**. Per stabilire la posizione finale della formica è necessario conoscere *anche* la direzione lungo la quale si è mossa e, lungo questa direzione, il verso: per esempio sapere che, a partire dalla sua tana, la formica si è spostata di 3 cm, *in direzione verticale e verso nord*, consente di capire dove è arrivata.

I vettori si rappresentano simbolicamente con delle frecce.

Nella figura è rappresentato un vettore.



- A è il punto di "partenza" o **punto di applicazione**.
- Il **modulo** o **intensità** del vettore è pari alla lunghezza della freccia (rapportata alla relativa unità di misura).
- La **direzione** del vettore è la retta a cui appartiene la freccia.
- Il **verso** del vettore è quello indicato dalla freccia (per ogni direzione si possono avere due versi).

Esistono diverse notazioni per indicare un vettore. Le più utilizzate sono il grassetto **v** o la barra sopra la lettera $\bar{v}$. In questo testo viene adottato l'uso del grassetto.

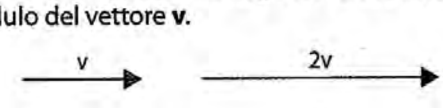
Il modulo di un generico vettore **v** è indicato con il simbolo $|\mathbf{v}|$ oppure con il corsivo *v*.

Due vettori si dicono:
- **paralleli** quando giacciono su direzioni (rette) coincidenti o parallele;
- **concordi** quando sono paralleli e hanno lo stesso verso;
- **antiparalleli** o **discordi** quando sono paralleli ma hanno verso opposto;
- **ortogonali** o **perpendicolari** quando le loro direzioni formano un angolo di 90° tra loro.

1.3.1 | Multipli di un vettore

Un certo vettore **v** può essere moltiplicato per uno scalare *s* (cioè per un numero), ottenendo come risultato un **vettore multiplo** di **v**, che ha *la stessa direzione* ma *modulo diverso*. Il verso del multiplo è concorde o discorde con quello del vettore **v** a seconda che lo scalare *s* sia positivo o negativo; il modulo del vettore prodotto è pari al prodotto dello scalare *s* per il modulo del vettore **v**.
Moltiplicando un vettore per 2, si ha cioè:

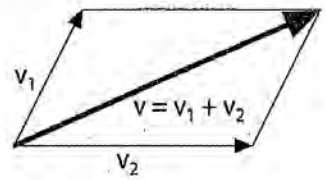
$$|\mathbf{2v}| = |2 \cdot \mathbf{v}| = 2 \cdot |\mathbf{v}| = 2v$$



Si definisce **opposto** di un vettore **v** il vettore **–v**, che ha lo stesso modulo ma verso opposto.

1.3.2 | Somma e differenza fra vettori

I vettori si sommano con la **regola del parallelogramma**: la **somma** di due vettori $\mathbf{v}_1$ e $\mathbf{v}_2$ è il vettore $\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2 = \mathbf{v}$, diretto lungo la diagonale del parallelogramma avente per lati i vettori $\mathbf{v}_1$ e $\mathbf{v}_2$. Il vettore $\mathbf{v}$ ha per modulo la lunghezza della diagonale.



Vale la relazione $0 \leq |\mathbf{v}| \leq |\mathbf{v}_1| + |\mathbf{v}_2|$, ma in generale si ha:

$$|\mathbf{v}| \neq |\mathbf{v}_1| + |\mathbf{v}_2|$$

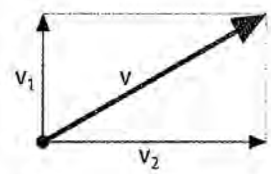
Il vettore somma prende il nome di **risultante**. Il modulo del vettore risultante si ricava in generale applicando la seguente relazione trigonometrica: detto α l'angolo tra i due vettori $\mathbf{v}_1$ e $\mathbf{v}_2$, la loro somma $\mathbf{v}$ ha modulo:

$$|\mathbf{v}| = \sqrt{|\mathbf{v}_1|^2 + |\mathbf{v}_2|^2 + 2 \cdot |\mathbf{v}_1| \cdot |\mathbf{v}_2| \cdot \cos\alpha}$$

Di seguito si riportano tre esempi in cui tale calcolo può essere effettuato più rapidamente, ricordando che $\cos(0°) = 1$, $\cos(90°) = 0$ e $\cos(180°) = -1$.

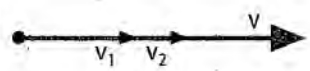
$\mathbf{v}_1$ e $\mathbf{v}_2$ sono ortogonali tra loro ($\alpha = 90°$).
Direzione e verso del vettore risultante $\mathbf{v}$ si costruiscono con la regola del parallelogramma; il modulo del vettore somma si ricava applicando il teorema di Pitagora:

$$|\mathbf{v}| = \sqrt{|\mathbf{v}_1|^2 + |\mathbf{v}_2|^2}$$



$\mathbf{v}_1$ e $\mathbf{v}_2$ sono paralleli e concordi ($\alpha = 0°$).
Il vettore risultante $\mathbf{v}$ ha la stessa direzione e lo stesso verso di $\mathbf{v}_1$ e $\mathbf{v}_2$; il modulo è dato da:

$$|\mathbf{v}| = |\mathbf{v}_1| + |\mathbf{v}_2|$$

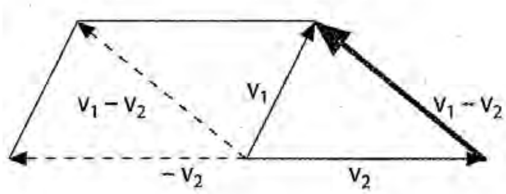


$\mathbf{v}_1$ e $\mathbf{v}_2$ sono antiparalleli ($\alpha = 180°$).
Il vettore risultante $\mathbf{v}$ ha la stessa direzione di $\mathbf{v}_1$ e $\mathbf{v}_2$ e lo stesso verso del vettore di modulo maggiore; il modulo è invece dato da:

$$|\mathbf{v}| = |\mathbf{v}_2| - |\mathbf{v}_1| \text{ se } |\mathbf{v}_2| > |\mathbf{v}_1|\,; \quad |\mathbf{v}| = |\mathbf{v}_1| - |\mathbf{v}_2| \text{ altrimenti}$$

La **differenza** tra due vettori si ottiene sommando al primo vettore l'opposto del secondo:

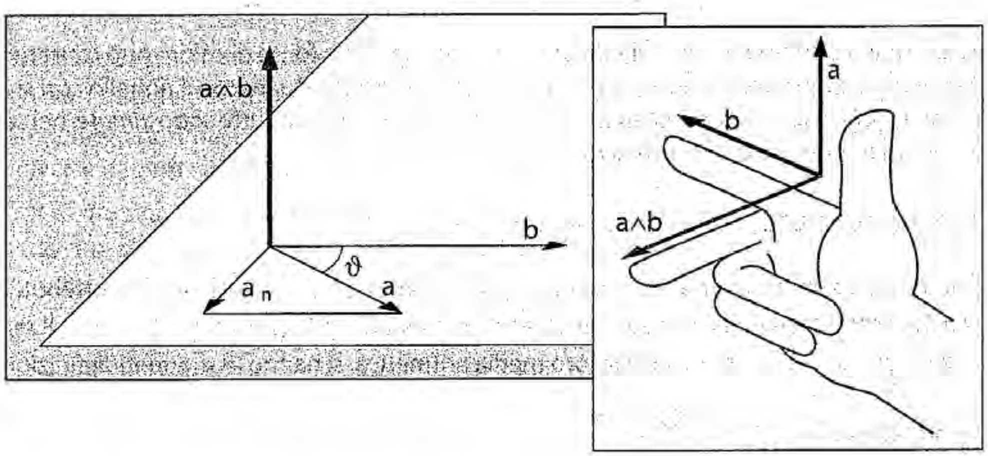
$$\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2 = \mathbf{v}_1 + (-\mathbf{v}_2)$$



FISICA

Il **prodotto vettoriale** $\mathbf{a} \wedge \mathbf{b}$ è un vettore così definito:

- **Intensità:** $|\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}| \cdot \operatorname{sen}\vartheta = |\mathbf{a}_n| \cdot |\mathbf{b}|$ dove $\mathbf{a}_n$ è la componente di **a** perpendicolare a **b**
- **Direzione:** perpendicolare al piano individuato da **a** e da **b**
- **Verso:** determinato dalla *regola della mano destra,* illustrata nella figura sottostante: se il pollice si dispone come **a** e l'indice come **b** allora il medio indica la direzione e il verso del prodotto vettoriale tra i due.



Si calcoli il prodotto vettoriale dei vettori a e b descritti nell'esercizio precedente.
Prima di calcolare il prodotto vettoriale, si osserva che, poiché il risultato è un vettore (e *non un numero* come nel caso del prodotto scalare), il problema richiede tre informazioni: il risultato $\mathbf{a} \wedge \mathbf{b}$ è descritto completamente solo conoscendone modulo, direzione e verso.
Si calcola il *modulo* secondo la definizione:

$$|\mathbf{a} \wedge \mathbf{b}| = |\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}| \cdot \operatorname{sen}\vartheta = 3 \cdot 1 \cdot \operatorname{sen}(30°) = 3 \cdot 1/2 = 3/2$$

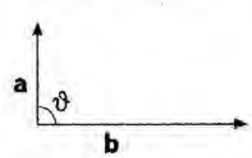
La direzione è perpendicolare al piano in cui giacciono i due vettori (in questo caso al piano del foglio) e il verso è *entrante* nel foglio (regola della mano destra).

Ricordando che $\operatorname{sen}(90°) = 1$, $\operatorname{sen}(0°) = \operatorname{sen}(180°) = 0$, $\cos(90°) = 0$, $\cos(0°) = 1$ e $\cos(180°) = -1$, si ricavano i valori del prodotto scalare e vettoriale in tre casi particolari:

Se a e b sono ortogonali ($\vartheta = 90°$):

- $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = |\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}| \cdot \cos(90°) = 0$
- $|\mathbf{a} \wedge \mathbf{b}| = |\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}| \cdot \operatorname{sen}(90°) = |\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}|$

Dunque il prodotto scalare è nullo, mentre il modulo del prodotto vettoriale è massimo.



Se a e b sono paralleli e concordi ($\vartheta = 0°$):

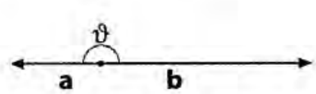
- $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = |\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}| \cdot \cos(0°) = |\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}|$
- $|\mathbf{a} \wedge \mathbf{b}| = |\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}| \cdot \operatorname{sen}(0°) = 0$

Dunque il prodotto scalare è massimo, mentre il prodotto vettoriale è nullo.

Se a e b sono antiparalleli ($\vartheta = 180°$):

- $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = |\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}| \cdot \cos(180°) = -|\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}|$
- $|\mathbf{a} \wedge \mathbf{b}| = |\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}| \cdot \operatorname{sen}(180°) = 0$

Dunque il prodotto scalare è minimo, mentre il prodotto vettoriale è ancora nullo.



1.4 | Errori di misura

Non si può misurare una grandezza fisica con una precisione assoluta: ogni misura è affetta da errori, che possono essere suddivisi in due categorie.

Errori sistematici: derivano da difetti strumentali o dall'applicazione di leggi errate; sono errori sempre nello stesso verso, cioè o sempre per eccesso o sempre per difetto rispetto alla misura *vera*.
Errori accidentali: sono inevitabilmente legati a ogni procedura di misura; sono errori casuali nel senso che possono avvenire sia in eccesso sia in difetto rispetto alla misura *vera*.

Lasciare inavvertitamente un righello di plastica vicino a una fonte di calore può causarne una dilatazione e dunque una *staratura*. In particolare, le misure effettuate con il righello così starato andranno incontro a un errore sistematico per difetto, cioè saranno tutte *sottostimate*, nel senso che gli oggetti appariranno più corti di quello che sono.

1.4.1 | Errore assoluto, relativo e percentuale

Data una grandezza x, si supponga di misurarla n volte: siano $x_1, x_2, \ldots, x_n$ gli n valori ottenuti (che potrebbero anche essere tutti diversi a causa degli errori di misura). Indicando con x_{max} e x_{min} il massimo e il minimo dell'insieme dei valori e con M la loro media aritmetica, si hanno le seguenti definizioni.

L'**errore assoluto** vale $\varepsilon = \dfrac{x_{max} - x_{min}}{2}$ (semidifferenza fra minimo e massimo).

L'**errore relativo** vale $\varepsilon_r = \varepsilon / M$ (rappresenta una *normalizzazione* dell'errore assoluto).

L'**errore percentuale** vale $\varepsilon_{\%} = (100 \cdot \varepsilon_r)\%$.

L'errore relativo e l'errore percentuale di una misura sono indici della sua accuratezza: minore è il loro valore, maggiore è l'accuratezza. Ogni misura deve essere accompagnata dall'errore e dall'unità di misura. La misura e l'errore si esprimono nelle stesse unità.

Un maestro chiede ad alcuni alunni della sua classe di misurare con un righello il lato più lungo di un foglio A4, facendo molta attenzione. Il risultato delle misure trovate da dieci studenti, espresse in cm, è:

29,8; 29,8; 29,6; 29,7; 29,7; 29,9; 29,8; 30,0; 29,7; 29,8

Calcolare media ed errore assoluto, relativo e percentuale. Il righello è starato?

Secondo le definizioni viste sopra si calcolano le grandezze richieste:

$$M = \frac{29{,}8 + 29{,}8 + 29{,}6 + \ldots + 29{,}8}{10} = 29{,}78$$

$$\varepsilon = \frac{x_{max} - x_{min}}{2} = \frac{30{,}0 - 29{,}6}{2} = 0{,}2$$

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{M} = 6{,}72 \cdot 10^{-3}; \quad \varepsilon_{\%} = 100 \cdot \varepsilon_r = 0{,}67\%$$

Il risultato della misura effettuata dagli studenti è dunque:

$$x = (29{,}78 \pm 0{,}2)\ \text{cm}$$

Questo significa che secondo gli studenti il foglio A4 è lungo minimo 29,58, massimo 29,98 cm. Si preferisce solitamente indicare il risultato approssimandolo alla prima cifra interessata dall'errore assoluto (in questo caso la prima decimale):

$$x = (29{,}8 \pm 0{,}2)\ \text{cm}$$

Il valore vero della lunghezza di un foglio A4 (29,7 cm) è contenuto nell'intervallo indicato dalla misura degli studenti, perciò non si può concludere che lo strumento sia starato.

1.4.2 | Cifre significative

Quando un numero rappresenta la misura di una certa quantità, le cifre significative sono quelle che apportano effettivamente delle informazioni sulla misura.

- L'informazione contenuta nel numero $a = 0{,}024$ è «2 centesimi e 4 millesimi».
- L'informazione contenuta nel numero $b = 0{,}0240$ è «2 centesimi, 4 millesimi e 0 decimi di millesimo».

Dunque, i numeri a e b non hanno lo stesso significato: b contiene più informazioni.

Regole per la determinazione delle cifre significative

- Le cifre diverse da zero sono significative;
- Gli zeri compresi fra due cifre diverse da zero sono significativi;
- Per un numero decimale con lo zero davanti alla virgola, esso e gli eventuali zeri che precedono le cifre diverse da zero *non sono* cifre significative.

- Le cifre significative di $a = 0{,}024$ sono 2 e 4;
- le cifre significative di $b = 0{,}0240$ sono 2, 4 e lo 0 dopo il 4;
- tutte le cifre di $c = 1{,}205$ sono significative.

1.4.3 | Propagazione degli errori

Se, anziché l'errore associato a una grandezza *misurata*, si vuole conoscere l'errore associato a una grandezza *calcolata* a partire dalle misure effettuate (ciascuna delle quali affetta da errore), si tratta di valutare come si propagano gli errori quando si eseguono operazioni tra più misure.

Per misurare l'area A di un tavolo di lunghezza a e larghezza b si utilizza la semplice relazione $A = a \cdot b$. Dato che le misure di a e b sono di per sé affette da errore, la misura *indiretta* dell'area A sarà affetta da un errore che è la *propagazione* di quello su a e b.

Regole base per la propagazione dell'errore

- L'errore **assoluto** su una **somma** o una **differenza** di più misure è uguale alla somma degli errori **assoluti** delle singole misure.
- L'errore **percentuale** su un **prodotto** o su un **quoziente** di più misure è uguale alla somma degli errori **percentuali** delle singole misure.

Sia dato un quadrato di cui si conosce la misura del lato, pari a $L = (10 \pm 2)$ cm. Calcolare errore assoluto e percentuale su perimetro e superficie del quadrato.

Il perimetro del quadrato vale $P = 4L = 40$ cm. Si tratta della *somma* di quattro grandezze (in questo caso coincidenti: il lato) di cui è noto l'errore assoluto $\varepsilon = 2$ cm. Si può pertanto scrivere che l'errore assoluto su P vale:

$$\varepsilon_P = \varepsilon + \varepsilon + \varepsilon + \varepsilon = 4\varepsilon = 8 \text{ cm}$$

Così l'errore relativo sul perimetro, per definizione, vale:

$$\varepsilon_{rP} = \frac{\varepsilon_P}{P} = \frac{8 \text{ cm}}{40 \text{ cm}} = 0{,}2 \quad \text{(è un numero puro)}$$

L'errore relativo sul lato si ricava dal valore del lato e dal suo errore assoluto secondo la definizione:

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{L} = \frac{2 \text{ cm}}{10 \text{ cm}} = 0{,}2 \quad \text{(è un numero puro)}$$

L'area del quadrato è data dal *prodotto* del lato per se stesso: $A = L^2 = 100 \text{ cm}^2$, pertanto si sommano gli errori relativi sui lati per trovare l'errore relativo sull'area:

$$\varepsilon_{rA} = \varepsilon_r + \varepsilon_r = 0{,}4 \quad \text{(è un numero puro)}$$

A questo punto, per trovare l'errore assoluto sull'area, si inverte la definizione di ε_{rA}:

$$\varepsilon_{rA} = \frac{\varepsilon_A}{A} \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_A = \varepsilon_{rA} \cdot A = 0{,}4 \cdot 100 \text{ cm}^2 = 40 \text{ cm}^2$$

FISICA

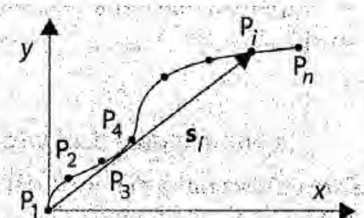
2 | Cinematica

La *cinematica* studia e descrive il moto dei corpi senza interessarsi delle cause che lo producono. L'insieme di cinematica, *statica* (che studia l'equilibrio dei corpi) e *dinamica* (che analizza le cause del moto) prende il nome di *meccanica*.

2.1 | Punto materiale, traiettoria, sistemi di riferimento

Nel descrivere il moto di un corpo (per esempio un'automobile che percorre un circuito) si ricorre spesso a una comoda approssimazione, considerando l'oggetto come un punto in cui è concentrata tutta la massa del corpo: si trascura cioè la sua estensione spaziale, preoccupandosi soltanto della posizione. Tale punto prende il nome di **punto materiale**.

La **traiettoria** di un punto materiale è la linea che unisce tutte le posizioni (P_1, P_2, ..., P_n) occupate dal punto al trascorrere del tempo, per esempio in un riferimento cartesiano.
Il vettore che congiunge l'origine degli assi e ciascun punto P_i della traiettoria è detto **vettore posizione** e si indica con $\mathbf{s}_i$. La direzione e il verso di $\mathbf{s}_i$ sono indicati in figura.



Dire che un oggetto è in quiete o in moto ha senso solo se si è precedentemente fissato un **sistema di riferimento**, rispetto al quale è possibile esprimere le posizioni occupate dal corpo nel tempo e tracciarne la relativa traiettoria. Il sistema di riferimento che si sceglie è normalmente *solidale* con la Terra, cioè in quiete rispetto a essa. Il moto del corpo è di conseguenza un *moto relativo* perché riferito a quel sistema. A seconda che il movimento avvenga lungo una retta, su un piano o nello spazio tridimensionale, per rappresentarlo si useranno rispettivamente una retta, un sistema di due assi ortogonali (**piano cartesiano**) o un sistema di tre assi ortogonali (**terna cartesiana**).

2.2 | Grandezze cinematiche

Per fissare le idee, si consideri che le grandezze cinematiche vengano osservate all'inizio e alla fine di intervalli di tempo ben precisi: tali istanti si possono chiamare, indifferentemente (e con ovvio riferimento dei pedici all'inizio e alla fine dell'osservazione), t_1 e t_2, oppure t_i e t_f, oppure ancora t_0 e t. Di conseguenza, le varie grandezze descritte nel seguito saranno indicate con gli stessi pedici dell'istante a cui si riferiscono.

2.2.1 | Spostamento

Il *vettore spostamento* unisce la posizione occupata nell'istante iniziale da un punto materiale in moto a quella occupata nell'istante finale. Si definisce quindi come una differenza di vettori posizione e si indica con $\Delta\mathbf{s}$:

$$\Delta\mathbf{s} = \mathbf{s}_2 - \mathbf{s}_1$$

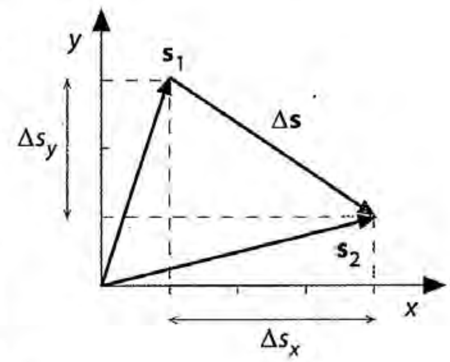
L'unità di misura dello spostamento nel SI è il metro, mentre nel CGS è il centimetro.

In generale l'operatore matematico Δ applicato a una grandezza fisica g indica la **variazione** di g e si calcola sottraendo al valore assunto da g nell'istante finale il valore assunto da g nell'istante iniziale: $\Delta g = g_2 - g_1$.

FISICA

Si supponga di dover disegnare il vettore spostamento di un punto materiale che si muove su un piano cartesiano, sapendo che nell'istante iniziale il punto occupa la posizione (1;3) e nell'istante finale raggiunge la posizione (4;1).

Per farlo si rappresentano il vettore posizione iniziale $\mathbf{s}_1$ e quello finale $\mathbf{s}_2$ nel piano cartesiano, secondo la definizione (cioè il vettore che va dall'origine degli assi al punto occupato). Si disegna poi il vettore spostamento $\Delta\mathbf{s} = \mathbf{s}_2 - \mathbf{s}_1$ come *differenza tra vettori* (cfr. § 1.3.2). Se inoltre si vuole calcolare la lunghezza di $\Delta\mathbf{s}$, osservando il diagramma si applica il teorema di Pitagora alle componenti del vettore:



$$|\Delta\mathbf{s}| = \Delta s = \sqrt{(\Delta s_x)^2 + (\Delta s_y)^2} = \sqrt{(4-1)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{13}$$

2.2.2 | Velocità

La **velocità media** è un vettore definito come rapporto tra la variazione del vettore posizione (rispetto a una terna cartesiana) e la variazione di tempo:

$$\mathbf{v} = \frac{\mathbf{s}_2 - \mathbf{s}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\mathbf{s}}{\Delta t}$$

L'unità di misura della velocità nel SI è il $\mathrm{m \cdot s^{-1}} = \mathrm{m/s}$ (nel CGS è il $\mathrm{cm/s}$).

Esiste un'altra unità di misura della velocità molto usata: il km/h. Si ricorda che:

$$1\ \mathrm{km} = 1000\ \mathrm{m} = 100.000\ \mathrm{cm} = 10^5\ \mathrm{cm}; \qquad 1\ \mathrm{h} = 60\ \mathrm{min} = 60 \cdot 60\ \mathrm{s} = 3600\ \mathrm{s} = 3{,}6 \cdot 10^3\ \mathrm{s}$$

Per passare da km/h a m/s si moltiplica per $\frac{1000}{3600} = \frac{10}{36} = \frac{1}{3{,}6}$ (ossia si divide per 3,6).

Per passare da m/s a km/h si moltiplica quindi per 3,6.

$$v = 60\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} = \frac{60 \cdot 1000}{3600}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = \frac{60}{3{,}6}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 16{,}7\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

$$v = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 10 \cdot 3{,}6\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} = 36\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$$

PARTE SESTA

Un'automobile percorre il tragitto Milano-Torino a una velocità media di 100 km/h. Se la distanza tra le due città è di circa 140 km, quanto tempo è durato il tragitto?
Secondo la definizione, il modulo della velocità media vale $v = \Delta s/\Delta t$.
Tale modulo è appunto un dato del problema, mentre l'altro è il modulo del vettore spostamento $\Delta \mathbf{s}$. Per trovare il tempo impiegato a percorrere il tragitto è sufficiente invertire la relazione $v = \Delta s/\Delta t$:

$$\Delta t = \frac{\Delta s}{v} = \frac{140 \text{ km}}{100 \text{ km/h}} = 1{,}4 \text{ h}$$

Infine, trasformando in ore e minuti:

$$\Delta t = 1{,}4 \text{ h} = 1 \text{ h} + 0{,}4 \text{ h} = 1 \text{ h} + (0{,}4 \cdot 60 \text{ min}) = 1 \text{ h} + 24 \text{ min}$$

La velocità media è un vettore!
È parallela al vettore $\Delta \mathbf{s}$ perché la si ricava come rapporto tra il vettore $\Delta \mathbf{s}$ e un numero sempre positivo (Δt), e ha modulo pari al modulo di $\Delta \mathbf{s}$ diviso Δt:

$$\mathbf{v} = \Delta \mathbf{s}/\Delta t$$

La velocità media non è la media delle velocità! Si veda l'esercizio che segue.

Un camion viaggia a 200 km/h per mezz'ora, poi a 150 km/h per un'ora, infine a 50 km/h per due ore. Qual è la sua velocità media?
Si è tentati di rispondere:

$$v = \frac{200 + 150 + 50}{3} \frac{\text{km}}{\text{h}} = 133{,}3 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Ma questo procedimento è errato, poiché non si è utilizzata la definizione di velocità media $v = \Delta s/\Delta t$: per trovarla serve dunque ricavare lo spazio totale percorso e dividerlo per il tempo totale impiegato. Conviene rappresentare i dati del problema in una tabella:

	***v* (km/h)**	***t* (h)**	**$\Delta s = v \cdot \Delta t$ (km)**
1° tratto	200	0,5	100
2° tratto	150	1	150
3° tratto	50	2	100
Totale	/	3,5 h	350 km

A questo punto è facile calcolare il modulo della velocità media secondo la definizione:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{350 \text{ km}}{3{,}5 \text{ h}} = 100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Al contrario, sapere che un mezzo ha percorso un certo tragitto con una velocità media di 100 km/h non consente di per sé di conoscere la velocità da esso tenuta nei singoli tratti del tragitto. Per aumentare la quantità di informazioni sullo stato di moto, occorre ridurre l'ampiezza degli intervalli temporali nei quali si effettuano le misure. Il rapporto spazio/tempo viene così calcolato per intervalli di tempo via via più piccoli, al limite prossimi a zero.

Matematicamente, questo si ottiene effettuando un *passaggio al limite* secondo la relazione seguente, che fornisce la definizione di **velocità istantanea**:

$$\mathbf{v}_{ist} = \lim_{t_2 \to t_1} \frac{\mathbf{s}_2 - \mathbf{s}_1}{t_2 - t_1} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \mathbf{s}}{\Delta t} = \mathbf{s}'(t)$$

Il simbolo $\mathbf{s}'(t)$ indica la *derivata* del vettore posizione **s** e corrisponde all'operazione matematica di passaggio al limite del rapporto delle differenze. Per questo motivo si dice che la velocità istantanea è data dalla derivata dello spazio rispetto al tempo.

FISICA

2.2.3 | Accelerazione

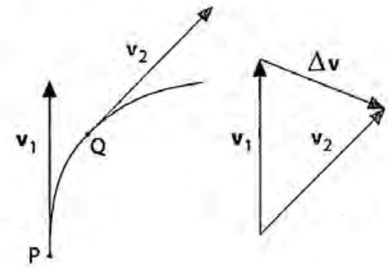
L'**accelerazione media** è un vettore definito come rapporto tra la variazione del vettore velocità (rispetto a una terna cartesiana) e la variazione di tempo:

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}$$

L'unità di misura dell'accelerazione nel SI è il $m \cdot s^{-2} = m/s^2$ (nel CGS è il cm/s^2).

L'accelerazione media è un vettore!
Direzione e verso: gli stessi della variazione di velocità $\Delta \mathbf{v}$, poiché Δt è un numero sempre positivo. **Modulo:** pari al rapporto fra il modulo della variazione di velocità $|\Delta \mathbf{v}|$ e il tempo Δt impiegato per tale variazione.

L'accelerazione media è stata definita come variazione del vettore velocità nel tempo. Si può avere una variazione del vettore velocità ($\Delta \mathbf{v} \neq 0$) anche se il suo modulo è $|\mathbf{v}|$ = costante: è sufficiente che cambi la direzione. Infatti, **il vettore velocità è sempre tangente alla traiettoria.**
Per esempio, il vettore velocità associato al moto di un'automobile che viaggia a 50 km/h su un circuito circolare ha sempre lo stesso modulo, ma cambia direzione in ogni punto della traiettoria. In altre parole, **si può avere accelerazione diversa da zero anche se la velocità rimane costante in modulo.**



Nel caso di traiettoria curva, l'accelerazione del punto materiale che la percorre è sempre diversa da zero: in ogni punto, infatti, cambia quanto meno la direzione della sua velocità.

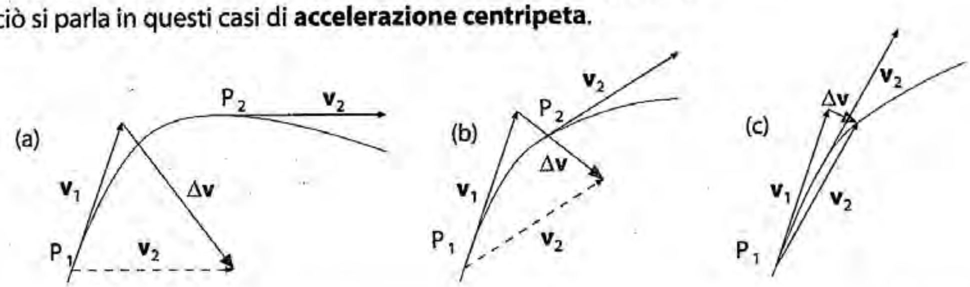
Analogamente a quanto visto per la velocità, un'informazione completa sull'accelerazione si ha quando gli intervalli di tempo nei quali la si misura sono piccoli. Si definisce così l'**accelerazione istantanea**:

$$\mathbf{a}_{ist} = \lim_{t_2 \to t_1} \frac{\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1}{t_2 - t_1} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \mathbf{v}'(t)$$

Quali sono le dimensioni dell'accelerazione?
A partire dalla definizione, $a = \Delta v / \Delta t$, sostituendo alla velocità e al tempo le loro dimensioni, si ricavano quelle di a:

$$[a] = \frac{[\Delta v]}{[\Delta t]} = \frac{[L]/[T]}{[T]} = \frac{[L]}{[T]} \cdot \frac{1}{[T]} = \frac{[L]}{[T]^2}$$

Si consideri un corpo in movimento lungo una traiettoria curvilinea con velocità costante in modulo: l'accelerazione è diversa da zero ed è diretta come $\Delta \mathbf{v}$ (caso a della figura sottostante). Se l'intervallo di tempo diminuisce, i vettori velocità in due istanti successivi arrivano quasi a coincidere e la differenza di velocità si dispone lungo una direzione che tende a diventare perpendicolare a tali vettori (caso b); al limite, l'accelerazione istantanea sarà perfettamente perpendicolare alla velocità e quindi diretta verso il centro della curva (caso c).
Perciò si parla in questi casi di **accelerazione centripeta**.



2.3 | Moti particolari

Si procede a una carrellata dei principali moti particolari e delle loro proprietà. In generale:

Il moto è **rettilineo** quando la velocità **v** ha *direzione costante* (il modulo può variare).
Il moto è **uniforme** quando la velocità **v** ha *modulo costante* (la direzione può variare).

È rettilineo il moto di un atleta che percorre i 100 metri piani, anche se la sua velocità aumenta progressivamente in modulo. È uniforme il moto della punta di una lancetta di orologio, anche se la traiettoria descritta non è diritta ma circolare.

2.3.1 | Moto rettilineo uniforme

È il moto più semplice, in cui la velocità **v** è costante in direzione, modulo e verso. In questo caso:

$$\mathbf{v}_{\text{media}} = \mathbf{v}_{\text{istantanea}} = \frac{\text{spazio percorso}}{\text{tempo impiegato a percorrerlo}} = \frac{\Delta \mathbf{s}}{\Delta t}$$

Da cui:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}; \quad \Delta t = \frac{\Delta s}{v}; \quad \Delta \mathbf{s} = \mathbf{v} \cdot \Delta t$$

Legge oraria del moto rettilineo uniforme

Per *legge oraria* di un moto si intende la relazione che esprime lo spazio in funzione del tempo. Nel caso del moto rettilineo uniforme, la legge oraria assume la forma:

$$\mathbf{s} = \mathbf{v} \cdot t$$

Se all'istante iniziale t_0 il corpo aveva già percorso un tratto s_0, la legge oraria diventa:

$$\mathbf{s} = \mathbf{s}_0 + \mathbf{v} \cdot t$$

Un'automobile procede alla velocità costante di 72 km/h. Quanti metri percorre in 5 secondi?

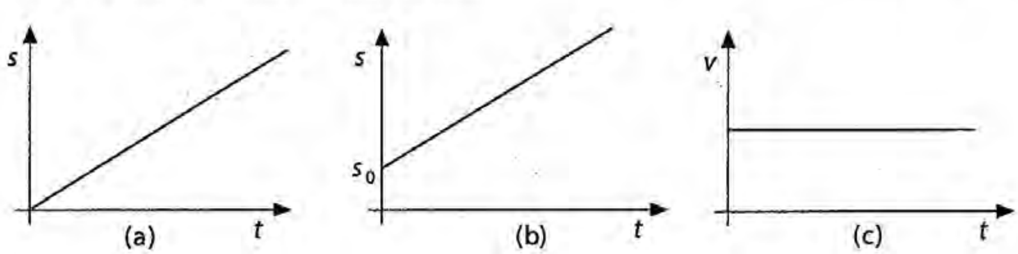
Si converte la velocità in m/s (72 km/h = 20 m/s) e si procede al calcolo secondo la legge oraria:

$$s = v \cdot t \Rightarrow s = 20\,\text{m/s} \cdot 5\,\text{s} = 100\,\text{m}$$

Rappresentazione grafica del moto rettilineo uniforme

Il moto rettilineo uniforme è regolato da leggi che legano tra loro le variabili spazio, tempo e velocità. È possibile rappresentare tali legami con delle curve piane in un sistema di assi cartesiani.

Si possono disegnare grafici di tipo *spazio-tempo* e *velocità-tempo*. Se $s_0 = 0$, spazio e tempo sono legati dalla legge oraria $s = v \cdot t$: si tratta di grandezze direttamente proporzionali e la rappresentazione grafica della legge oraria è una semiretta passante per l'origine degli assi cartesiani *spazio-tempo* (figura a). Se $s_0 \neq 0$, la legge oraria assume la forma $s = s_0 + v \cdot t$ e la semiretta che la rappresenta non passa per l'origine degli assi (figura b). Nel piano *velocità-tempo* (figura c), la rappresentazione grafica del moto rettilineo uniforme è invece una semiretta parallela all'asse dei tempi che interseca l'asse delle ordinate in corrispondenza del valore costante della velocità.



Il moto rettilineo uniforme di un punto materiale si può sempre rappresentare graficamente nel piano spazio-tempo con una retta il cui coefficiente angolare è numericamente uguale alla velocità del punto.

FISICA

2.3.2 | Moto rettilineo uniformemente accelerato

Se in un moto l'accelerazione è costante, il moto si dice *uniformemente accelerato.*
Per il moto uniformemente accelerato la velocità raggiunta dopo avere accelerato per un tempo t vale:

$$\mathbf{v}_f = \mathbf{v}_0 + \mathbf{a} \cdot t$$

dunque passando ai moduli:

$$v_f = v_0 + a \cdot t$$

Legge oraria del moto rettilineo uniformemente accelerato
Nel caso del moto uniformemente accelerato lo spazio percorso dopo un tempo t (legge oraria) è:

$$\mathbf{s} = \mathbf{s}_0 + \mathbf{v}_0 \cdot t + \frac{1}{2}\mathbf{a} \cdot t^2$$

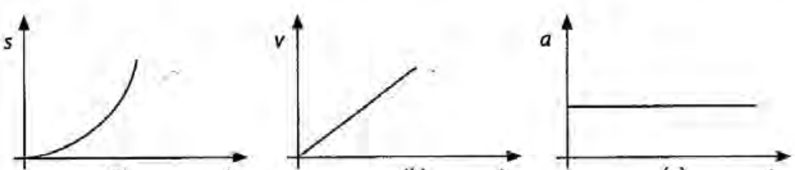
dunque passando ai moduli:

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

dove $\mathbf{v}_0$ e $\mathbf{v}_f$ sono la velocità iniziale e finale, $\mathbf{s}_0$ è lo spazio iniziale, $\mathbf{a}$ è l'accelerazione (costante) e t è il tempo trascorso dall'istante iniziale.
Rappresentazione grafica del moto uniformemente accelerato
In questo caso i grafici possono essere del tipo *spazio-tempo, velocità-tempo* e *accelerazione-tempo.* Nel primo caso il legame tra s e t è dato dalla legge oraria:

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

Nel caso particolare $s_0 = v_0 = 0$, si ha $s = \frac{1}{2} a \cdot t^2$, la cui rappresentazione grafica nel piano *spazio-tempo* è una parabola con vertice nell'origine degli assi (figura a).
Dalla relazione $v = a \cdot t$ (quando $v_0 = 0$) si nota una diretta proporzionalità tra v e t. Così, la rappresentazione grafica del moto uniformemente accelerato nel piano *velocità-tempo* è una semiretta passante per l'origine degli assi, il cui coefficiente angolare è pari al valore dell'accelerazione (figura b).
Infine, la rappresentazione grafica dell'accelerazione in funzione del tempo nel piano *accelerazione-tempo* è una retta orizzontale che interseca l'asse delle ordinate in corrispondenza del valore costante dell'accelerazione (figura c).



(a) (b) (c)

2.3.3 | Moto di caduta dei gravi

L'importanza che riveste il moto uniformemente accelerato è dovuta al fatto che la caduta libera dei gravi sulla Terra è un moto di questo tipo. Per questo motivo il moto di caduta dei gravi è chiamato anche moto *naturalmente accelerato.*

In particolare, nel campo gravitazionale si ha:

$$a = g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$$

Il *modulo* dell'accelerazione gravitazionale $\mathbf{g}$ varia in effetti con la latitudine e l'altitudine; in particolare, diminuisce passando dai poli all'equatore e diminuisce con l'aumentare della distanza dalla superficie terrestre. Le variazioni sono però talmente piccole che g può essere considerato costante sulla superficie terrestre. Il vettore $\mathbf{g}$ è sempre *diretto* lungo la verticale, *verso* il basso.

PARTE SESTA

Trattandosi di un moto uniformemente accelerato, valgono le stesse leggi viste nel § 2.3.2. Indicando con h l'altezza del grave che cade lungo la verticale (rispetto a terra, per esempio), si ha:

$$h = h_0 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 \qquad [1]$$

dove h_0 è la posizione iniziale, v_0 è l'eventuale velocità iniziale del grave; il segno – appare perché l'accelerazione è diretta verso il basso, cioè verso altezze decrescenti.

Se $h_0 = v_0 = 0$, la [1] assume la forma:

$$h = -\frac{1}{2} g \cdot t^2$$

Per un corpo lasciato cadere da un'altezza h_0 con velocità iniziale nulla si ha:

$$\text{tempo di caduta} = t_c = \sqrt{\frac{2h_0}{g}}$$

$$\text{velocità finale} = v_f = \sqrt{2gh_0}$$

Per un corpo lanciato verso l'alto con velocità iniziale v_0 si ha:

$$\text{altezza max raggiunta} = h = \frac{v_0^2}{2g}$$

$$\text{tempo necessario per raggiungerla} = t_h = \frac{v_0}{g}$$

Si noti che **nessuna delle grandezze appena definite per un corpo in caduta libera dipende dalle caratteristiche particolari del corpo** (per esempio massa, materiale, forma).

Un oggetto avente massa m = 28 kg viene lanciato verso l'alto con una velocità v_0 di 9,8 m/s. Si calcoli la massima altezza raggiunta, il tempo impiegato per raggiungerla e quello impiegato per tornare all'altezza iniziale.
Si utilizzano le formule viste sopra. La massima altezza raggiunta è:

$$h = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{96{,}04\ \text{m}^2/\text{s}^2}{2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2} = 4{,}9\ \text{m}$$

Il tempo di salita è:

$$t = \frac{v_0}{g} = \frac{9{,}8\ \text{m/s}}{9{,}8\ \text{m/s}^2} = 1\ \text{s}$$

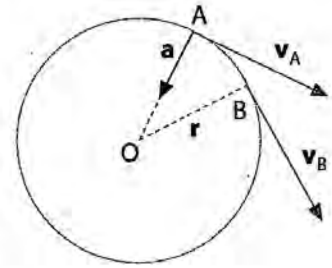
Si noti che la massa dell'oggetto lanciato non influisce sui risultati ottenuti.
Una volta arrivato all'altezza massima il corpo ricade con moto naturalmente accelerato: si tratta dunque di calcolare in quanto tempo il grave ripercorre i 4,9 metri di altezza raggiunti. Si può utilizzare la formula per il tempo di caduta e si ottiene:

$$t_c = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4{,}9\ \text{m}}{9{,}8\ \text{m/s}^2}} = 1\ \text{s}$$

In generale il tempo necessario per raggiungere una certa altezza è pari al tempo necessario per ripercorrerla a ritroso, in caduta libera. Nello stesso modo si dimostra che la velocità iniziale verso l'alto è la stessa con cui il corpo ritransita per il punto di partenza.

FISICA

2.3.4 | Moto circolare uniforme



È il moto di un punto che descrive una traiettoria circolare con velocità costante in modulo.

Si definiscono:

- T = **periodo** = tempo impiegato a compiere una rotazione completa.
- ν = **frequenza** = numero di rotazioni al secondo.

T e ν sono grandezze scalari aventi rispettivamente per unità di misura i secondi e i s^{-1} = hertz (simbolo: Hz).

Dalla definizione di velocità, si ha:

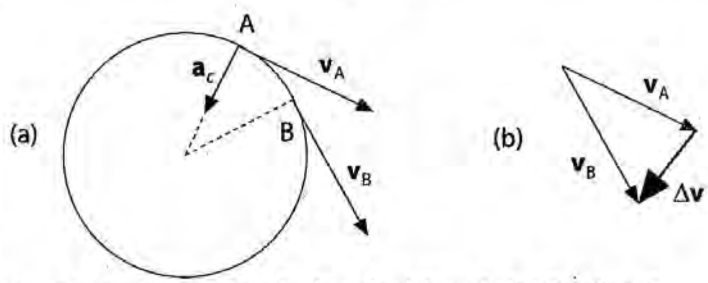
$$|\mathbf{v}_A| = |\mathbf{v}_B| = \frac{\text{lunghezza della circonferenza}}{\text{periodo di rotazione}} = \frac{2\pi r}{T} = \text{costante}$$

Nel moto circolare uniforme il modulo della velocità è costante, mentre la sua direzione è in ogni punto tangente alla circonferenza (e quindi perpendicolare al raggio). Dato che la direzione della velocità cambia continuamente, il punto materiale che si muove di moto circolare uniforme è sottoposto a un'accelerazione sempre diversa da zero, diretta verso il centro della circonferenza. Tale accelerazione, detta **accelerazione centripeta**, è di conseguenza sempre perpendicolare alla velocità istantanea del punto.

Nel moto circolare uniforme, il vettore accelerazione centripeta $\mathbf{a}_c$ ha le seguenti caratteristiche.

Direzione radiale in ogni punto; *verso* dall'esterno al centro della circonferenza; *modulo* costante, dato dal rapporto fra il quadrato della velocità e il raggio della circonferenza:

$$a_c = v^2/r$$



Si ha accelerazione centripeta ogni volta che la velocità varia in direzione!

L'accelerazione centripeta è sempre perpendicolare alla velocità: anche per il moto circolare valgono le considerazioni fatte a pagina 842.

Un punto materiale si muove lungo il bordo di un disco a velocità costante e compie quattro giri ogni due secondi. Quanto vale il periodo? Quanto vale l'accelerazione centripeta se il raggio del disco è 1 cm?

Nel moto circolare uniforme il periodo è definito come il tempo necessario a compiere un giro; il problema dà invece la frequenza:

$$\nu = 4/(2\text{ s}) = 2\text{ Hz} \Rightarrow T = 1/\nu = 0{,}5\text{ s}$$

Conoscendo il raggio della traiettoria è possibile calcolare lo spazio percorso in un periodo, e dunque l'accelerazione centripeta:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow a_c = \frac{v^2}{r} = \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2 \cdot \frac{1}{r} = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

Nel sostituire i valori numerici si deve fare attenzione al raggio, che nel testo è dato in cm e va trasformato in metri (se non diversamente specificato, è bene usare le unità del SI):

$$a_c = \frac{4\pi^2 r}{T^2} = \frac{4\pi^2 \cdot 10^{-2}\text{ m}}{(0{,}5\text{ s})^2} = 1{,}6\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Nel moto circolare, accanto alla velocità lineare del punto materiale che si sposta lungo la circonferenza, si definisce anche una **velocità angolare media** ω , data dal rapporto fra l'angolo al centro *spazzato* dal raggio vettore (il vettore radiale che ha origine nel centro della circonferenza ed estremo sul punto materiale) e il tempo impiegato a spazzarlo:

$$\omega_{media} = \Delta\theta/\Delta t$$

Nel moto circolare uniforme, la **velocità angolare** è un vettore con queste caratteristiche:
Direzione perpendicolare al piano di rotazione;
Verso uscente dal piano di rotazione se questa è antioraria, entrante nel piano se è oraria;
Modulo costante e pari a:

$$\omega = 2\pi_{rad}/T = 2\pi\nu$$

L'angolo di ampiezza 2π equivale all'angolo di 360° espresso in radianti; il **radiante** è l'angolo al centro di una circonferenza che insiste su un arco lungo quanto il raggio.

Per riepilogare, nel moto circolare uniforme valgono le seguenti relazioni:

$$T = \frac{1}{\nu}; \quad T = \frac{2\pi}{\omega}; \quad v = \omega \cdot r; \quad \omega = \frac{v}{r}; \quad a_c = \frac{v^2}{r} = \omega^2 \cdot r$$

Mentre il modulo della velocità v dipende dalla distanza dal centro di rotazione (ossia dal raggio r), ω ne è indipendente.

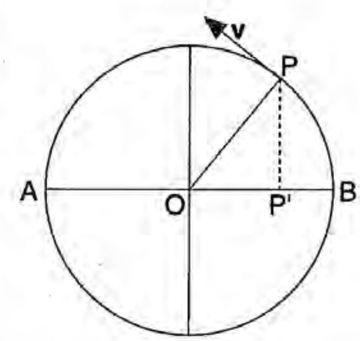
Un corpo celeste ha periodo di rotazione T pari a 36 ore. Detta ω la sua velocità angolare e ω_T quella terrestre, quale delle due è minore?
La relazione tra il periodo di un moto e la sua velocità angolare è $\omega = 2\pi/T$.
Le velocità angolari del corpo celeste e della Terra valgono rispettivamente:

$$\omega = \frac{2\pi}{36\ \text{h}} \quad \text{e} \quad \omega_T = \frac{2\pi}{24\ \text{h}}$$

Si conclude che $\omega < \omega_T$.

2.3.5 | Moto oscillatorio armonico

Il moto oscillatorio armonico è, come il moto circolare uniforme, un moto periodico; precisamente è il moto che compie il punto P' (proiezione di P lungo il diametro AB) quando P si muove di moto circolare uniforme.



- La velocità di P' è la proiezione di **v** sul diametro AB: è massima in O e nulla in A e B, dove P' inverte il moto.
- L'accelerazione di P' è proporzionale allo spostamento OP': è massima in A e in B ed è nulla in O.

La legge oraria di tale moto è rappresentata graficamente da una sinusoide:

$$x(t) = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \varphi)$$

dove A è l'ampiezza massima dell'oscillazione (nell'esempio è la distanza tra il centro dell'oscillazione O e gli estremi dell'oscillazione, ovvero $A = \overline{AB}/2$), φ è un parametro detto *fase iniziale* che tiene conto delle condizioni iniziali e ω prende il nome di *pulsazione* e ha le dimensioni di un inverso del tempo.

Un corpo appeso a una molla inizialmente allungata, una volta lasciato libero, compie, in assenza di attriti, un moto oscillatorio armonico. Per piccole oscillazioni, un pendolo o un'altalena in assenza di attriti compiono un moto oscillatorio armonico.
Se non intervengono forze esterne, tale moto si ripete periodicamente nel tempo senza mai arrestarsi.

2.4 | Moti composti

2.4.1 | Composizione di moti uniformi

Si consideri un passeggero che si sposta con velocità costante **v** lungo la carrozza di un treno in moto su un binario rettilineo con velocità costante **u**. Un osservatore fermo a terra che guardi il treno vedrà il passeggero muoversi a una velocità diversa da **v**, e in particolare: se il passeggero cammina nella stessa direzione del treno, la sua velocità rispetto al suolo sarà maggiore di **u**; viceversa, se cammina in direzione opposta, l'osservatore a terra lo vedrà muoversi più lentamente del treno. Si parla in questi casi di *moto relativo*, poiché la sua descrizione dipende dal sistema di riferimento prescelto. Si parla inoltre di *velocità relativa* (del passeggero rispetto al sistema in moto, nell'esempio **v**), di *velocità di trascinamento* (quella del sistema in moto rispetto alla Terra, nell'esempio **u**) e di *velocità assoluta* (del passeggero rispetto alla Terra).

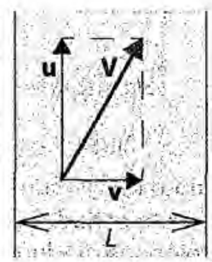
Il moto risultante dalla composizione di un moto uniforme a velocità **v** in un sistema di riferimento a sua volta in moto uniforme con velocità **u** è ancora un moto uniforme, con velocità **V** data dalla somma vettoriale delle due velocità:

$$\mathbf{V} = \mathbf{v} + \mathbf{u}$$

Se **v** e **u** sono parallele, il moto risultante avviene lungo la stessa direzione.
Se **v** e **u** sono ortogonali, ovvero se un corpo si muove in direzione ortogonale rispetto alla velocità di trascinamento, può essere comodo descrivere il suo moto, in ogni istante, ragionando in maniera separata lungo due assi cartesiani: uno allineato alla direzione del moto relativo e l'altro allineato a quella di trascinamento.

Per attraversare un fiume il cui letto è largo $L = 50$ m, alcuni gitanti si servono di una barca a remi. Riescono a sviluppare una velocità $v = 5$ m/s in direzione ortogonale alla corrente del fiume, che è pari a $u = 10$ m/s. A quale distanza a valle di quella da cui sono partiti arriveranno i gitanti sull'altra sponda del fiume?

Conviene ragionare separatamente lungo la direzione della corrente, che chiameremo *Y*, e lungo quella a essa perpendicolare in cui si sposta la barca, che chiameremo *X*.



In altre parole: la componente di **V** lungo *X* è **v**. Secondo la legge oraria del moto uniforme, è possibile calcolare il tempo necessario ad attraversare il fiume:

$$\Delta t = \frac{L}{v} = \frac{\Delta x}{v} = \frac{50\text{ m}}{5\text{ m/s}} = 10\text{ s}$$

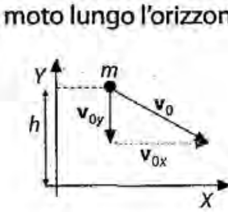
Poiché, inoltre, la componente di **V** lungo *Y* è **u**, adesso che conosciamo la durata dell'attraversamento possiamo calcolare l'effetto del trascinamento lungo il corso del fiume, ancora ricorrendo alla legge oraria del moto uniforme:

$$\Delta y = \Delta t \cdot u = 10\text{ s} \cdot 10\text{ m/s} = 100\text{ m}$$

2.4.2 | Composizione di moti uniformi con moti accelerati

Sia dato un corpo di massa *m* che, come indicato in figura, viene lanciato con una certa velocità iniziale $\mathbf{v}_0$ da un'altezza *h* sulla superficie terrestre. Analizziamo il moto scomponendolo lungo gli assi cartesiani.

Il corpo è soggetto solo all'accelerazione gravitazionale, che agisce esclusivamente lungo la verticale; di conseguenza il moto lungo la verticale è uniformemente accelerato. Al contrario, poiché non ci sono accelerazioni che agiscono lungo l'asse *X*, il moto lungo l'orizzontale non è accelerato.



Si scomponga quindi il moto di caduta sugli assi ortogonali *X* (orizzontale) e *Y* (verticale) e si indichino rispettivamente con $\mathbf{x}$, $\mathbf{v}_x$, $\mathbf{a}_x$ e $\mathbf{y}$, $\mathbf{v}_y$, $\mathbf{a}_y$ le componenti dello spostamento, della velocità e dell'accelerazione lungo l'asse *X* e lungo l'asse *Y*. Per quanto detto, ricordando le leggi orarie del moto uniforme e di quello uniformemente accelerato, si ha:

$$a_x = 0 \Rightarrow v_x = v_{0x} = \text{costante} \qquad a_y = g \Rightarrow v_y = -v_{0y} - g \cdot t$$

Se il corpo viene lanciato orizzontalmente, $v_{0y} = 0$ e le equazioni del moto lungo i due assi sono:

$$x = v_x \cdot t \qquad y = h - \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

dalle quali si ottiene l'espressione analitica della traiettoria del corpo:

$$y = h - \frac{1}{2} g \cdot \frac{x^2}{v_x^2}$$

Poiché g e v_x sono costanti, la rappresentazione grafica del moto nel piano *XY* è una parabola con concavità rivolta verso il basso e il moto è di tipo *parabolico*.

FISICA

3 | Dinamica

La dinamica è la scienza che **studia e descrive le relazioni fra il moto di un corpo e le *cause* che lo hanno prodotto**, cioè **le forze.**

3.1 | Principio di relatività galileiana

Galileo, eseguendo un *esperimento ideale*[1], giunse alla conclusione che, dall'interno di una «navicella», è impossibile valutare se questa è ferma o si muove di moto rettilineo uniforme. In altre parole egli constatò che **non è possibile distinguere lo stato di quiete da uno stato di moto con accelerazione nulla.**

Più precisamente si può affermare che:

Le leggi della fisica sono le stesse per tutti i sistemi di riferimento in moto rettilineo uniforme gli uni rispetto agli altri.

3.2 | Forze, sistemi inerziali e leggi della dinamica

Dato un punto materiale libero di muoversi, la forza è una grandezza fisica che, se applicata a tale punto, è in grado di modificarne lo stato di moto o di quiete.

La dinamica spiega le relazioni forze-moto attraverso le sue tre leggi fondamentali.

3.2.1 | Sistemi inerziali e prima legge della dinamica

Esiste almeno un osservatore per il quale, se un punto materiale è fermo e su di esso non agisce alcuna forza, questo rimane fermo. Questo **osservatore** si dice **inerziale.**

I sistemi di riferimento in moto traslatorio rettilineo uniforme rispetto a un sistema di riferimento inerziale sono anch'essi inerziali.

Con buona approssimazione, un sistema inerziale è rappresentato dal sistema cosiddetto delle "stelle fisse". La Terra non è un sistema di riferimento inerziale perfetto a causa dei suoi moti di rotazione e di rivoluzione attorno al Sole, tuttavia viene considerata una buona approssimazione di un sistema inerziale su brevi intervalli di tempo.

Il concetto di sistema di riferimento inerziale permette di enunciare la prima legge della dinamica o principio di inerzia:

In ogni sistema di riferimento inerziale un corpo su cui non agisce alcuna forza o sul quale agiscono forze in equilibrio (a risultante nulla) mantiene il suo stato di moto (rettilineo uniforme) o di quiete.

In assenza di forze, la velocità vettoriale di un punto materiale rimane costante: in assenza di forze non si può avere accelerazione.
Così, una nave spaziale in movimento, sulla quale non agiscono forze, continua a muoversi di moto rettilineo uniforme ($\mathbf{a} = 0$) senza bisogno di alcun propulsore.

1. Un esperimento ideale è un progetto di esperimento (pensato anche nei minimi particolari) di cui si immaginano i risultati senza però realizzarlo praticamente.

FISICA

Per comprendere il principio di inerzia è necessario slegarsi dal senso comune secondo il quale per muoversi con velocità costante è indispensabile far uso di un motore. Un'automobile, per esempio, si muove a velocità costante in autostrada solo grazie alla forza esercitata dal motore. Ma tale forza è in ogni istante uguale e contraria alle forze di attrito cui l'autovettura è soggetta, che si oppongono al moto. Si è quindi nella condizione di un corpo cui sono applicate forze a risultante nulla e per il quale vale la prima legge della dinamica.

3.2.2 | Seconda legge della dinamica

Se si applica una forza **F** a un corpo e si misura la sua accelerazione **a**, si nota una proporzionalità diretta tra le due grandezze:

$$\frac{F}{a} = m$$

La costante di proporzionalità dipende dal corpo e prende il nome di *massa inerziale*.

La massa inerziale di un corpo esprime l'*inerzia* (ossia la **resistenza) che il corpo oppone a una variazione del suo stato di moto.**

Dato un corpo di massa m, per imprimergli una accelerazione **a** è quindi necessario applicare una forza **F** tale che:

$$\mathbf{F} = m \cdot \mathbf{a} \qquad \text{dove } m = \text{massa inerziale} \qquad [2]$$

Allo stesso modo, se su un corpo di massa m agiscono più forze, esso subisce un'accelerazione data dalla [2], dove **F** è la risultante delle forze applicate al corpo.

Si noti che la [2] è una relazione vettoriale.

3.2.3 | Forze fittizie o apparenti

Trovandosi in un sistema non inerziale, si è portati a introdurre delle forze aggiuntive per poter applicare il principio di inerzia. Tali forze non sono reali e vengono per questo denominate **fittizie** o **apparenti**.

Un osservatore su un treno in frenata che vede cadere la propria valigia è portato a supporre l'esistenza di una forza responsabile della caduta.

Un corpo in moto circolare uniforme è sottoposto a una accelerazione diretta verso il centro della traiettoria (accelerazione centripeta), il cui modulo è:

$$a = \frac{v^2}{r} = \omega^2 \cdot r$$

Dalla [2] si deduce che il corpo, per poter mantenere la traiettoria circolare deve essere soggetto a una forza il cui modulo vale:

$$F = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

Sempre dalla [2] si deduce che tale forza ha la stessa direzione e lo stesso verso dell'accelerazione: è diretta radialmente e orientata verso il centro della circonferenza. Questa forza prende il nome di **forza centripeta.**

Se venisse a mancare la forza centripeta, il corpo abbandonerebbe immediatamente la traiettoria circolare e proseguirebbe indisturbato lungo la retta tangente alla traiettoria nel punto in cui è cessata la forza, con un moto rettilineo uniforme. Così un autobus che sta curvando, rimane legato al centro della curva da una forza centripeta dovuta all'attrito delle gomme sull'asfalto.

Se un osservatore a terra studiasse il moto di un oggetto libero di muoversi sull'autobus, lo vedrebbe muoversi in linea retta in accordo con il principio d'inerzia, fino a colpire una parete dell'autobus. Al contrario, per un osservatore che si trova sull'autobus in curva (sistema non inerziale perché accelerato) l'oggetto si muoverebbe verso l'esterno della curva. Per giustificare questo movimento, l'osservatore solidale con l'autobus immagina l'esistenza di una forza fittizia, a cui si dà il nome di **forza centrifuga**, uguale e contraria alla forza centripeta.

3.2.4 | Dimensioni e unità di misura delle forze

Dalla [2] si ricavano le dimensioni della forza.

$\mathbf{F} = m \cdot \mathbf{a}$	Dimensioni:	$[F] = [M]\,[L]\,[T]^{-2}$
	Unità di misura nel SI:	$N = kg\ m\ s^{-2}$

L'unità di misura della forza nel SI è il newton (N), definito come la forza che imprime a una massa unitaria (1 kg) una accelerazione unitaria (1 m/s^2). Le forze si misurano con il *dinamometro*.

L'unità di misura della forza nel sistema CGS è la dina (simbolo: dyn).
Quanti newton vale una dina?
Questo quesito consente di vedere un esempio importante di conversione tra unità di misura del SI e del CGS.

Si è visto che $1\ N = 1\ kg \cdot \frac{m}{s^2}$. Per analogia, nel CGS, $1\ dyn = 1\ g \cdot \frac{cm}{s^2}$.

Si tratta, per passare da N a dyn, di trasformare tutte le unità del SI in unità del CGS mediante equivalenze:

$$1\ N = 1\ kg \cdot 1\ \frac{m}{s^2} = (10^3\ g) \cdot \frac{10^2\ cm}{1\ s^2} = (10^3 \cdot 10^2)\ g \cdot \frac{cm}{s^2} = 10^5\ dyn$$

Si conclude così che $1\ N = 10^5$ dyn e naturalmente, viceversa, $1\ dyn = 10^{-5}\ N$.

3.2.5 | Teorema dell'impulso

Dalla [2] si ricava il *teorema dell'impulso*, il quale afferma che una forza **F** che agisce per un tempo t su un corpo di massa m provoca una variazione della sua *quantità di moto* ($\mathbf{P} = m \cdot \mathbf{v}$) pari al prodotto della forza con il tempo.

$$\mathbf{F} = m \cdot \mathbf{a} = m \cdot \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{\Delta(m \cdot \mathbf{v})}{\Delta t} = \frac{\Delta \mathbf{P}}{\Delta t} \rightarrow \mathbf{F} \cdot \Delta t = \Delta \mathbf{P}$$

Una massa di 5 kg inizialmente ferma è sottoposta all'azione di una forza di 90 N per due secondi. Trovare la velocità finale v della massa.
Il teorema dell'impulso afferma che la variazione della quantità di moto $m \cdot \mathbf{v}$ è pari al prodotto fra la forza e il tempo nel quale ha agito.

$$\Delta P = F \cdot \Delta t \rightarrow F \cdot \Delta t = 5\ kg \cdot v = 90\ N \cdot 2\ s \rightarrow v = \frac{180}{5}\frac{m}{s} = 36\ \frac{m}{s}$$

$$\mathbf{P}_1 = \sum m_i \cdot \mathbf{v}_{i,1} = \mathbf{P}_2 = \sum m_i \cdot \mathbf{v}_{i,2}$$

Principio di conservazione della quantità di moto: la quantità di moto totale di un sistema isolato è costante.

3.2.6 | Terza legge della dinamica o principio di azione e reazione

A ogni azione corrisponde una reazione uguale e contraria. Dati due corpi (1 e 2) interagenti si ha:

$$\mathbf{F}_{1 \rightarrow 2} = -\mathbf{F}_{2 \rightarrow 1} \qquad [3]$$

dove $\mathbf{F}_{1 \rightarrow 2}$ è la forza che il corpo 1 esercita sul corpo 2, e viceversa.

Le forze sono vettori e la [3] è una relazione vettoriale. Quindi le due forze $\mathbf{F}_{1 \rightarrow 2}$ e $\mathbf{F}_{2 \rightarrow 1}$ sono equidirezionali, hanno lo stesso modulo ma verso opposto.
Una forza e la corrispondente reazione sono applicate l'una a un corpo e l'altra sull'altro.

Una coppia di pattinatori è ferma su una pista. Per partire si danno una spinta l'uno contro l'altro, in direzione opposta. Se lui ha una massa di 80 kg, lei invece di 60 kg e l'accelerazione acquistata dalla pattinatrice grazie alla spinta è di 2 m/s^2, quanto vale l'accelerazione del pattinatore?

Si tratta di applicare la [3], sostituendo alle forze il prodotto di massa e accelerazione:

$$F_1 = F_2 \Rightarrow m_1 \cdot a_1 = m_2 \cdot a_2 \Rightarrow a_2 = a_1 \cdot \frac{m_1}{m_2} = 2\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{60\text{ kg}}{80\text{ kg}} = 1{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Al di là del risultato, si noti *dal punto di vista dimensionale* la formula risolutiva precedente: il rapporto tra le due masse è adimensionale, così, correttamente, sia a destra che a sinistra dell'uguale si trova un'accelerazione.

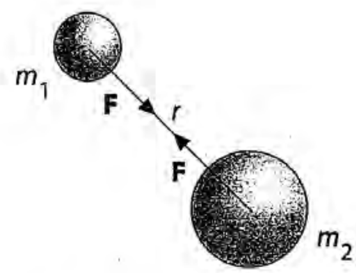
Sparando con un'arma da fuoco, la stessa forza che mette in moto il proiettile spinge in senso opposto anche l'arma. Si ha così l'effetto del *rinculo*. Poiché il proiettile e l'arma hanno masse diverse, per la seconda legge della dinamica le rispettive accelerazioni sono inversamente proporzionali e il proiettile acquista una velocità decisamente superiore a quella dell'arma.

3.3 | Legge di gravitazione universale

Due corpi dotati di massa e posti a distanza r l'uno dall'altro si attraggono con una **forza gravitazionale F** il cui modulo è dato dalla relazione seguente (detta *legge di gravitazione universale* o *legge di Newton*):

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \qquad [4]$$

dove m_1 e m_2 indicano le **masse gravitazionali** dei due corpi e G è una costante detta *costante di gravitazione universale*, il cui valore è $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$.



La massa *gravitazionale* è la caratteristica dei corpi responsabile della loro mutua attrazione gravitazionale.

Pur essendo associate a fenomeni fisici differenti, la massa *inerziale* e la massa *gravitazionale* di un corpo hanno la stessa unità di misura e lo stesso valore: nel seguito si parlerà spesso indistintamente di *massa*.

La forza gravitazionale tra due corpi è **sempre attrattiva**; è diretta lungo la congiungente i baricentri e la sua intensità è data dalla legge [4].

La forza gravitazionale è inversamente proporzionale al quadrato della distanza r tra le masse: cosa succede al modulo della forza quando r raddoppia?

A partire dalla legge di gravitazione universale, si sostituisce $2r$ a r:

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \Rightarrow F' = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{(2r)^2} = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{4r^2} = \frac{F}{4}$$

Il modulo della forza è diventato un quarto! In altre parole, allontanando due corpi dotati di massa – e dunque soggetti alla forza di gravitazione universale – questi si attraggono con una forza via via meno intensa. Viceversa, avvicinando i due corpi l'intensità aumenta.

3.4 | Forza peso

Nei pressi della superficie terrestre gli spostamenti in verticale sono trascurabili rispetto al raggio medio della Terra (6380 km). Allora si può dire che **tutti i gravi lasciati liberi di cadere sono sottoposti alla stessa accelerazione g**, detta *accelerazione gravitazionale terrestre*, il cui modulo è legato all'attrazione gravitazionale esistente tra la Terra e i corpi dotati di massa. Il suo valore medio è:

$$|\mathbf{g}| = 9{,}8\ \text{m/s}^2$$

Per la seconda legge di Newton, tale accelerazione è dovuta a una forza, detta **forza peso** e solitamente indicata con **P**, data da:

$$\mathbf{P} = \text{forza peso} = m \cdot \mathbf{g}$$

Il peso è una forza: si misura in newton.

Qual è il peso di un corpo avente massa $m = 1$ kg?
Per trovare il *peso* del corpo, basta sostituire in $P = m \cdot g$ i valori $m = 1$ kg e $g = 9{,}8$ m/s^2:

$$\text{peso di } 1\ \text{kg}_{massa} = 1\ \text{kg}_{peso} = 1\ \text{kg}_{massa} \cdot 9{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 9{,}8\ \text{kg}_{massa} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 9{,}8\ \text{N}$$

In definitiva $1\ \text{kg}_{peso} = 9{,}8$ N (1 N è quindi pari a circa un decimo di kg_{peso}).

La **massa** di un corpo è una caratteristica intrinseca del corpo: è indipendente dal luogo dove il corpo si trova. È una grandezza *scalare*.
Il **peso** di un corpo dipende invece dal luogo nel quale il corpo si trova (per esempio sulla Terra oppure sulla Luna). Trattandosi di una forza, è una grandezza *vettoriale*.

Sulla Terra il kg_{massa} (unità di massa) ha massa unitaria e peso $P = 9{,}8$ N; lo stesso kg_{massa} sulla Luna avrebbe sempre massa unitaria, ma il suo peso sarebbe circa 1/6 di quello sulla Terra (1,6 N), in quanto l'accelerazione gravitazionale lunare è sei volte più piccola dell'accelerazione gravitazionale terrestre.

3.5 | Densità e peso specifico

Per quanto detto su massa e peso, è possibile introdurre ora le definizioni di *densità* e *peso specifico*.

Densità: $\rho = \dfrac{m}{V}$ — Dimensioni: $[\rho] = [M] \cdot [L]^{-3}$ — Unità di misura nel SI: $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$

La densità dell'acqua vale: $\rho_{H_2O} = 1000\ \text{kg/m}^3 = 10^3\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$

Peso specifico: $p = \dfrac{m \cdot g}{V}$ — Dimensioni: $[p] = [M] \cdot [L]^{-2} \cdot [T]^{-2}$ — Unità di misura nel SI: $\text{N} \cdot \text{m}^{-3}$

Vale la relazione:

$$p_{specifico} = \rho \cdot g$$

Il peso specifico dell'acqua è:

$$p_{H_2O} = \rho_{H_2O} \cdot g = 1000\text{kg/m}^3 \cdot 9{,}8\text{m/s}^2 \approx 10.000\text{N/m}^3$$

Densità relativa del corpo 2 rispetto al corpo 1: $\rho_{2,1} = \rho_2/\rho_1$
Peso specifico relativo del corpo 2 rispetto al corpo 1: $p_{2,1} = p_2/p_1$

FISICA

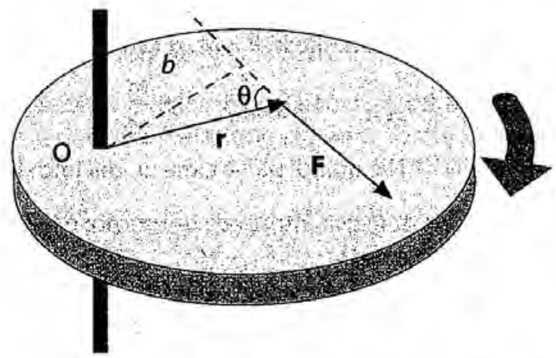
3.6 | Momento di una forza

Dato un *sistema di forze*, la sua **risultante** è, per definizione, il vettore che si ottiene sommando tra loro le forze costituenti il sistema. La risultante di più forze applicate a un punto materiale libero è la forza che, applicata da sola al punto materiale, produce lo stesso effetto che producono le altre insieme. Tuttavia, se il corpo sul quale sono applicate le forze non è puntiforme ma spazialmente esteso (ovvero se l'approssimazione a un punto materiale non può essere applicata), il sistema di forze non può generalmente essere ricondotto alla sola forza risultante: occorre introdurre una nuova grandezza: il *momento* di una forza.

Il **momento di una forza** rispetto a un punto è un indice della capacità della forza di *generare una rotazione* intorno al punto. Si definisce come prodotto vettoriale:

$$\tau = \mathbf{r} \wedge \mathbf{F} \;\Rightarrow\; |\tau| = r \cdot \operatorname{sen}\theta \cdot F$$

Il momento τ della forza **F** rispetto a un punto O è un vettore perpendicolare al piano individuato da **F** e dal suo *vettore posizione* **r**. Il modulo di τ è tanto maggiore quanto maggiore è la distanza di **F** da O.



La distanza tra il vettore **F** e il punto O è la lunghezza del segmento condotto da O perpendicolarmente alla direzione di **F**. Tale distanza prende il nome di braccio *b* della forza **F** rispetto al polo O.

Si applichino una per volta tre forze a un'asta rigida vincolata a un supporto, come in figura. In quale dei tre casi si ha rotazione?

Si può rispondere intuitivamente: la forza $\mathbf{F}_1$ non dà luogo ad alcuna rotazione; la forza $\mathbf{F}_2$ dà luogo a una rotazione oraria; infine $\mathbf{F}_3$ a una rotazione antioraria. Allo scopo di verificare come questo risultato sia correlato al momento della forza, lo si calcola ora nei tre casi, rispetto al punto di aggancio dell'asta O. Per il modulo, la direzione e il verso, secondo la definizione $|\tau| = r \cdot F \cdot \operatorname{sen}\vartheta$ e la regola della mano destra, si ricava rispettivamente:

- $\tau_1 = \mathbf{r} \wedge \mathbf{F}_1 \;\Rightarrow\; |\tau| = r \cdot F_1 \cdot \operatorname{sen}0° = 0;$
- $\tau_2 = \mathbf{r} \wedge \mathbf{F}_2 \;\Rightarrow\; |\tau| = r \cdot F_2 \cdot \operatorname{sen}90° = r \cdot F_2;$ τ entrante nel foglio;
- $\tau_3 = \mathbf{r} \wedge \mathbf{F}_3 \;\Rightarrow\; |\tau| = r \cdot F_3 \cdot \operatorname{sen}90° = r \cdot F_3;$ τ uscente dal foglio;

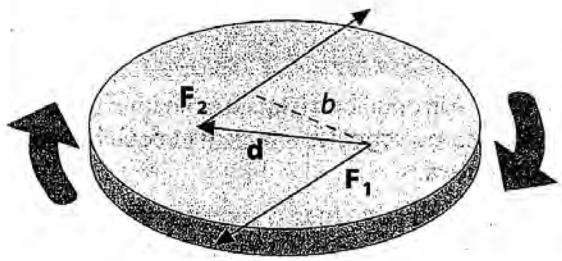
In generale, quando un sistema di forze dà luogo a un momento τ nullo rispetto a un polo O, il sistema di forze **non genera rotazione** rispetto a quel polo. Quando invece τ è diverso da zero, per la regola della mano destra è sempre diretto lungo una direzione perpendicolare al piano che contiene la forza e il raggio della forza: se τ è entrante nel piano allora la rotazione è **oraria**, e viceversa, se τ è uscente la rotazione è **antioraria**.

3.6.1 | Coppia di forze

Si tratta di un sistema composto da due forze parallele, di intensità *uguale*, ma verso opposto.

$$\mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2 \Rightarrow \mathbf{R} = 0$$

L'effetto di una coppia applicata a un *corpo rigido* libero è quello di generare una rotazione del corpo attorno a un asse ortogonale al piano individuato dalle due forze che compongono la coppia.



La coppia di forze, pur essendo un sistema di forze a risultante nulla, è in grado di generare una rotazione del corpo a cui è applicata.

Momento di una coppia di forze:

$$\tau = \mathbf{d} \wedge \mathbf{F}_1 \Rightarrow |\tau| = F \cdot b$$

dove F indica il modulo di una delle due forze, b la distanza tra le forze (braccio della coppia) e **d** infine è la distanza vettoriale fra i loro punti di applicazione.

Il momento di una coppia di forze è la somma dei momenti delle due forze che la compongono rispetto a un qualunque punto O del piano.

Il momento di una forza dipende dalla posizione del polo O mentre il momento di una coppia è lo stesso per tutti i punti del piano della coppia.

3.7 | Baricentro

Ogni sistema di forze è equivalente, dal punto di vista statico e dinamico, a un sistema composto dalla forza risultante e da una opportuna coppia di forze.

Si supponga di suddividere un corpo di massa M in tante parti di massa m_i, ciascuna delle quali soggetta alla forza peso. L'insieme di tali forze costituisce un sistema di forze parallele concordi che possono essere ricondotte a un'unica risultante avente come modulo la somma delle singole componenti.

Il punto di applicazione della risultante di tutte le forze peso prende il nome di *centro di gravità* o *baricentro* del corpo.

Il centro di gravità o **baricentro** di un corpo o di un sistema di corpi è il punto in cui si può immaginare concentrato tutto il peso del corpo o del sistema di corpi.

- Qualunque sia la posizione di un corpo rispetto al terreno, la somma dei momenti delle forze gravitazionali rispetto al suo baricentro è nulla: un corpo posto nel campo gravitazionale e tenuto sospeso per il suo baricentro è in equilibrio (§ 3.8), comunque lo si orienti nello spazio.
- Il baricentro di un corpo esteso può anche essere esterno al corpo stesso (si pensi a un anello di materiale omogeneo: il suo baricentro coincide con il centro geometrico ed è quindi esterno al corpo).

3.8 | Equilibrio

In presenza della forza gravitazionale, si distinguono tre tipi di equilibrio a seconda del loro *grado di stabilità*. In particolare un equilibrio si dice **stabile** quando, in conseguenza a un elemento di disturbo, si origina una forza (una componente della forza peso) che tende a ripristinare la posizione di equilibrio. Le diverse situazioni possibili sono rappresentate nel diagramma che segue.

Più in generale, si dice che un corpo è in equilibrio (statico o dinamico) quando il suo *stato di moto* si mantiene costante: per stabilire se un corpo soggetto a forze è in equilibrio valgono i seguenti criteri, detti **equazioni fondamentali della statica**.

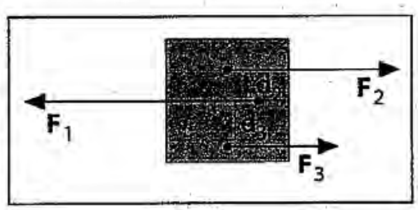
1. Un **punto materiale** è in equilibrio (non è soggetto ad alcuna accelerazione) se la risultante delle forze $\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2, ..., \mathbf{F}_n$ a esso applicate è uguale a zero:

$$\mathbf{R} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{F}_i = 0$$

2. Un **corpo rigido** (cioè un corpo esteso non assimilabile a un punto materiale) è in equilibrio se su di esso agiscono forze la cui risultante *e il cui momento risultante* sono nulli:

$$\mathbf{R} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{F}_i = 0 \qquad \tau = \sum_{i=1}^{n} \tau_i = 0$$

A un corpo rigido inizialmente fermo si applica un sistema di forze come in figura. Quali sono le condizioni per l'equilibrio?



$\mathbf{F}_1$ è opposta a $\mathbf{F}_2$ e $\mathbf{F}_3$: perché la risultante sia nulla basta che il modulo di $\mathbf{F}_1$ sia uguale alla somma dei moduli di $\mathbf{F}_2$ e $\mathbf{F}_3$.

Il momento risultante delle forze non è nullo. Considerando il centro geometrico come polo di rotazione, in particolare, $\tau_1 = 0$, ma τ_2 e τ_3 sono diretti perpendicolarmente al foglio e hanno verso opposto (τ_2 entrante e τ_3 uscente, regola della mano destra). Oltre alla condizione sulle traslazioni, si deve dunque imporre quella sulle rotazioni:

$$\begin{cases} |\mathbf{F}_1| = |\mathbf{F}_2| + |\mathbf{F}_3| \\ |\mathbf{F}_2| \cdot d_2 = |\mathbf{F}_3| \cdot d_3 \end{cases}$$

3.9 | Macchine

Una macchina è un dispositivo con il quale è possibile vincere una data resistenza. La *forza motrice* $\mathbf{F}_m$ è la forza che compie l'azione; la *forza resistente* $\mathbf{F}_r$ è quella da vincere.

Vantaggio statico di una macchina: $V = |\mathbf{F}_r| / |\mathbf{F}_m|$

A seconda che V sia maggiore, minore o uguale a 1, la macchina sarà vantaggiosa, svantaggiosa o indifferente. Segue l'esame di alcuni tipi di macchine: leve, carrucole e piano inclinato.

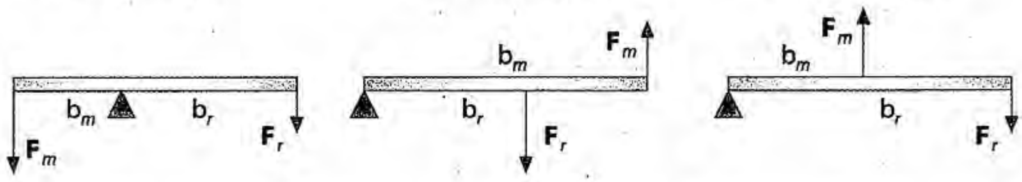
PARTE SESTA

3.9.1 | Leve

La leva è costituita da un'asta rigida girevole intorno a un asse a essa perpendicolare. Il **fulcro** è il punto di incontro fra asse e leva; i **bracci** sono la distanza tra i punti di applicazione di $\mathbf{F}_m$ e $\mathbf{F}_r$ e il fulcro. Le leve sono di *tre specie* a seconda delle posizioni di fulcro, forza motrice e resistenza:

1. **prima specie** (es: forbici): fulcro fra forza motrice $\mathbf{F}_m$ e resistenza $\mathbf{F}_r$; è vantaggiosa se $b_r < b_m$;
2. **seconda specie** (es: schiaccianoci): resistenza fra fulcro e forza motrice; sempre vantaggiosa;
3. **terza specie** (es: braccio umano): forza motrice fra fulcro e resistenza; sempre svantaggiosa.

Leva di prima specie — Leva di seconda specie — Leva di terza specie



Dalla condizione di equilibrio per i momenti delle forze rispetto al fulcro di una leva, si ricava la **condizione di equilibrio per le leve:**

$$F_m \cdot b_m = F_r \cdot b_r \quad \Rightarrow \quad F_m : F_r = b_r : b_m$$

dove $\mathbf{F}_m$, $\mathbf{F}_r$, b_m, b_r rappresentano la forza motrice, la forza resistente e i corrispondenti bracci d'azione.

Alice e Bob riescono a tenere un dondolo in equilibrio stando seduti alle due estremità. Se Alice ha una massa di 40 kg, quanto pesa Bob?

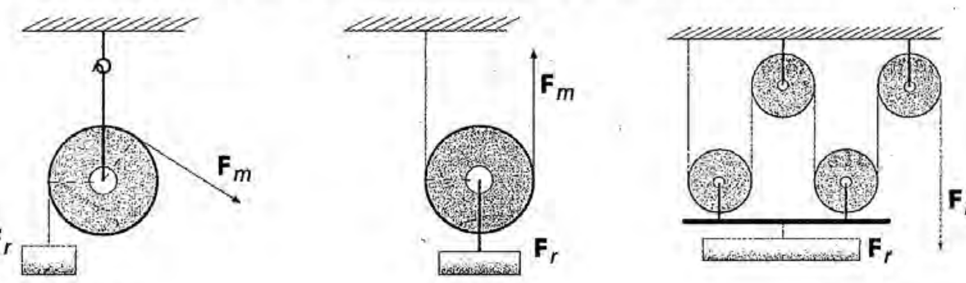
La risposta è intuitiva: dato che il fulcro si trova esattamente a metà del dondolo (si faccia riferimento alla figura della leva di prima specie), ovvero i bracci delle due forze applicate alla leva sono uguali, Bob deve pesare quanto Alice.

Dato che Alice ha una massa di 40 kg, il suo peso (e quello di Bob) è:

$$P = mg = 40\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 392\ \text{N}$$

3.9.2 | Carrucole

La carrucola è costituita da un disco girevole, attorno al quale scorre una fune, fissato a un sostegno o a un peso da sollevare. Esistono carrucole fisse, mobili, o serie di carrucole (paranco).



(a) (b) (c)

1. Le *carrucole fisse* sono equivalenti a leve (§ 3.9.1) in cui il braccio della forza resistente è uguale a quello della forza motrice, entrambi uguali al raggio del disco (caso a in figura). La condizione di equilibrio è $F_m = F_r$.

   Si ha $V = 1 \Rightarrow$ macchina indifferente. Pur non essendo vantaggiosa, la carrucola fissa è utile perché consente di sollevare un corpo esercitando una forza diretta verso il basso.

FISICA

2. Le *carrucole mobili* hanno un estremo della fune fissato al sostegno, la forza resistente fissata nel centro del disco e la forza motrice all'altro estremo della fune (caso b in figura). Metà resistenza si scarica sul sostegno e quindi l'equilibrio è raggiunto quando $F_m = F_r/2$.

   Si ha $V = 2 \Rightarrow$ macchina vantaggiosa.

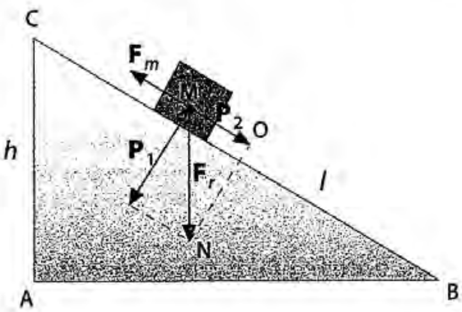
3. Il *paranco* è una macchina composta da n carrucole mobili (caso c in figura); l'equilibrio viene raggiunto quando $F_m = F_r/(2n)$.

   Il vantaggio aumenta con l'aumentare di n: $V = 2n \Rightarrow$ macchina vantaggiosa.

3.9.3 | Piano inclinato

Si tratta di una macchina formata da un piano di lunghezza l, inclinato rispetto all'orizzontale con un dislivello h, sul quale viene appoggiato un corpo che si vuole tenere in equilibrio.

Il peso dell'oggetto costituisce la forza resistente $\mathbf{F}_r$. Il metodo più vantaggioso per bilanciare la caduta del corpo è applicare la forza motrice $\mathbf{F}_m$ parallela al piano. Tale forza deve essere uguale e contraria alla componente della forza peso parallela al piano.



Si scompone quindi il peso in $\mathbf{P}_1$ e $\mathbf{P}_2$.

Per l'equilibrio, il modulo di $\mathbf{F}_m$ deve essere uguale a quello di $\mathbf{P}_2$: $F_m = \overline{MO}$.

Dalla similitudine dei triangoli ABC e MNO si ha:

$$\overline{BC} : \overline{MN} = \overline{AC} : \overline{MO}$$

$$\overline{MO} = \overline{MN} \cdot (\overline{AC}/\overline{BC}) \Rightarrow F_m = F_r \cdot (h/l)$$

La componente $\mathbf{P}_1$ della forza peso, ortogonale al piano, è bilanciata da una forza a essa uguale e opposta, detta *reazione vincolare*.

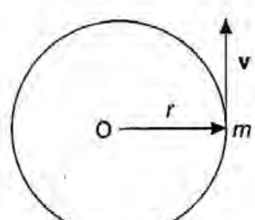
Per il piano inclinato il vantaggio è $V = \dfrac{l}{h}$. Essendo $l > h$, la macchina è sempre vantaggiosa.

3.10 | Momento angolare

Nel § 3.6 si è definito il momento di una forza rispetto a un punto come il prodotto vettoriale tra il vettore posizione e la forza. Analogamente, per un corpo di massa m e velocità $\mathbf{v}$, si definisce il *momento angolare* o *momento della quantità di moto* rispetto a un punto O come il prodotto vettoriale tra il vettore posizione del corpo rispetto a O e la sua quantità di moto.

Momento angolare: $\mathbf{L} = \mathbf{r} \wedge \mathbf{P} = m \cdot \mathbf{r} \wedge \mathbf{v}$

Tale vettore è perpendicolare al piano individuato dal vettore posizione e dal vettore quantità di moto e dipende dal punto O.



Analogamente a quanto accade per la quantità di moto, **il momento angolare di un sistema isolato è un vettore che si conserva.**

Nel caso di moto circolare uniforme, velocità e vettore posizione rispetto al centro della circonferenza sono ortogonali tra loro; il momento angolare assume quindi la forma:

$$L = m \cdot v \cdot r = m \cdot r^2 \cdot \omega = I \cdot \omega$$

dove ω indica la velocità angolare del corpo e $I = m \cdot r^2$ prende il nome di **momento d'inerzia**. I è un indice dell'inerzia che i corpi offrono a una variazione della loro velocità angolare.

Una pattinatrice sul ghiaccio sta eseguendo una trottola alla velocità angolare ω. Quando vuole aumentare la velocità della trottola avvicina gli arti al proprio asse di rotazione, fino a ridurre il momento di inerzia I della metà. Supponendo che tra i pattini e il ghiaccio ci sia attrito trascurabile, quanto vale la velocità angolare finale della trottola?

Il momento angolare **L** è, per il moto rotatorio, la grandezza analoga alla quantità di moto **P** per il moto traslatorio.

L'assenza di attrito indica che il sistema pattinatrice-ghiaccio è isolato, ovvero non agiscono forze esterne. In questo caso vale il principio di conservazione del momento angolare $L = I \cdot \omega$: segue che è possibile modificare la velocità angolare di un corpo in rotazione semplicemente cambiando il suo momento d'inerzia (I e ω sono infatti inversamente proporzionali).

Numericamente, dato che $I_2 = I_1/2$:

$$L_1 = L_2 \;\Rightarrow\; I_1 \cdot \omega_1 = I_2 \cdot \omega_2 \;\Rightarrow\; \omega_2 = \frac{I_1}{I_2} \cdot \omega_1 = \frac{I_1}{I_1/2} \cdot \omega_1 = 2\omega_1$$

Ancora una volta, si noti dal punto di vista dimensionale la formula risolutiva:

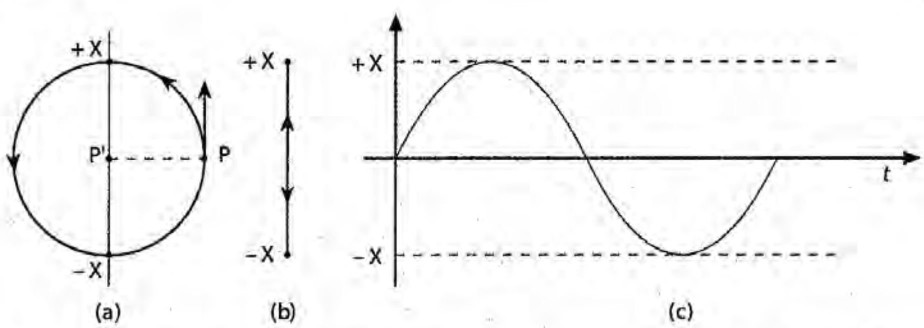
$$\omega_2 = \frac{I_1}{I_2} \cdot \omega_1$$

dove a sinistra dell'uguale c'è una velocità angolare e a destra, correttamente, lo stesso, dato che il rapporto I_1/I_2 è adimensionale.

L'azione di una forza **F** su un corpo libero ne provoca una variazione della quantità di moto **P**; l'azione di una coppia di momento τ ne provoca una variazione del momento angolare **L**.

3.11 | Forze elastiche e moto armonico

Come si è visto nel § 2.3.5, il moto armonico si può definire come il moto della proiezione P' di un punto P che si muove con velocità angolare costante ω lungo una circonferenza. La legge oraria di tale moto è di tipo sinusoidale.



Quando P compie una rotazione completa (figura a), la sua proiezione P' si muove lungo il diametro della circonferenza (figura b) passando due volte per ogni punto del diametro. La rappresentazione di tale moto è un grafico di tipo sinusoidale (figura c): l'ampiezza x dell'oscillazione varia da – X a + X.

Si tratta di un *moto periodico* di periodo $T = 2\pi/\omega$; ω è la *pulsazione del moto* e si ha:

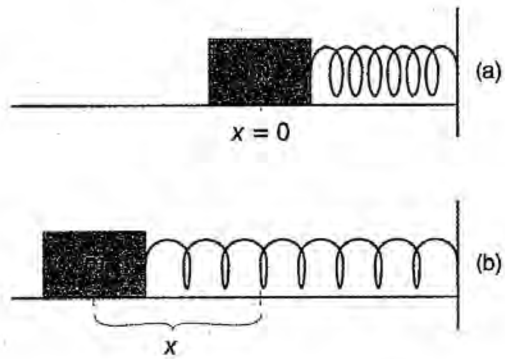
$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu \qquad T = \frac{1}{\nu}$$

FISICA

3.11.1 | La molla e il pendolo semplice

Si prendono ora in esame due casi notevoli di moto armonico: l'oscillazione di un sistema *massa-molla* e l'oscillazione di un *pendolo semplice*.

Nella figura a lato, il **sistema massa-molla** è rappresentato nella configurazione di equilibrio (figura a) e in una configurazione dove la massa è spostata di una quantità x dalla posizione di equilibrio (figura b).

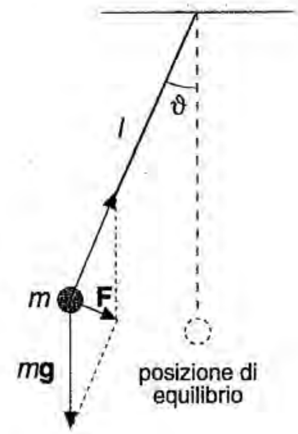


La massa è soggetta alla forza della molla che è una *forza di tipo elastico*, cioè opposta e proporzionale alla deformazione. Tale forza è data da:

$$\mathbf{F} = -\mathrm{k} \cdot \mathbf{x}$$

dove $\mathbf{x}$ è lo spostamento dalla posizione di equilibrio e k è la *costante elastica* della molla.

La massa del **pendolo semplice** (una massa puntiforme m sospesa grazie a un filo inestensibile di massa trascurabile e lunghezza l) è invece sottoposta a due forze: la forza peso pari a $m\mathbf{g}$ e la tensione del filo. La risultante di tali forze è indicata con **F** in figura.



In entrambi i casi si tratta di forze di richiamo che, in mancanza di attriti, fanno oscillare le masse senza interruzione.

Sempre in entrambi i casi, quando le masse transitano nelle posizioni di equilibrio ($x = 0$ e $\theta = 0$), le loro velocità risultano massime, mentre si annullano quando l'oscillazione raggiunge la massima ampiezza (x e θ massimi). Le accelerazioni, al contrario, raggiungono il loro valore massimo nei punti dove si inverte il moto, cioè dove x e θ sono massimi, e si annullano nella posizione di equilibrio.

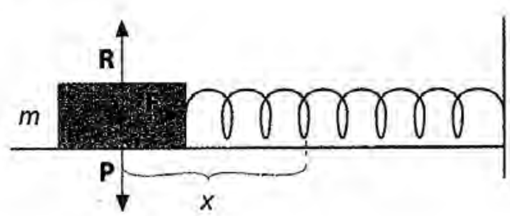
Il periodo di oscillazione del sistema massa–molla è indipendente dall'ampiezza delle oscillazioni; il periodo di oscillazione del pendolo è indipendente dalla massa del corpo appeso al filo e dall'ampiezza delle oscillazioni.

Rispettivamente, si ha:

$$\mathrm{T} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{\mathrm{k}}} \quad \text{e} \quad \mathrm{T} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

3.11.2 | Legge oraria del moto armonico

Si consideri il sistema massa-molla in figura. La forza peso **P** che agisce sulla massa m è bilanciata dalla reazione vincolare **R** del piano di appoggio. L'unica forza con risultante non nulla che agisce sulla massa è la forza elastica di richiamo $\mathbf{F} = -\mathrm{k} \cdot \mathbf{x}$. Tale forza provoca l'accelerazione della massa.



Per la seconda legge della dinamica si ha:

$$m \cdot \mathbf{a} = -\mathrm{k} \cdot \mathbf{x} \quad \text{da cui} \quad \mathbf{a} = -\frac{\mathrm{k}}{m} \cdot \mathbf{x} \qquad [5]$$

Nel moto armonico l'accelerazione è sempre direttamente proporzionale allo spostamento del corpo rispetto alla posizione di equilibrio.

Dalla [5] si ricava la legge oraria del moto armonico.

$$x(t) = A \cdot \mathrm{sen}(\omega \cdot t + \varphi) \qquad \text{dove } \omega = \sqrt{k/m}$$

dove A è l'ampiezza massima dell'oscillazione, φ è un parametro detto *fase iniziale* che tiene conto delle condizioni iniziali e ω prende il nome di pulsazione e ha le dimensioni dell'inverso di un tempo.

Le equazioni trovate assumono la stessa forma per qualunque moto oscillatorio; nel pendolo semplice, l'equazione del moto riferita all'angolo di apertura delle oscillazioni è la seguente:

$$\theta(t) = \Theta \cdot \mathrm{sen}(\omega \cdot t + \varphi) \qquad \text{dove } \omega = \sqrt{g/l}$$

3.11.3 | Grandezze caratteristiche del moto oscillatorio

	massa - molla	pendolo semplice
Costante del moto	k	$\frac{mg}{l}$
Periodo T	$2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$	$2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$
Pulsazione $\omega = 2\pi\nu$	$\sqrt{\frac{k}{m}}$	$\sqrt{\frac{g}{l}}$
Frequenza ν	$\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$	$\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}$
Energia potenziale[1]	$\frac{1}{2}kx^2$	mgh

1. L'energia potenziale verrà definita nel § 4.3.2.

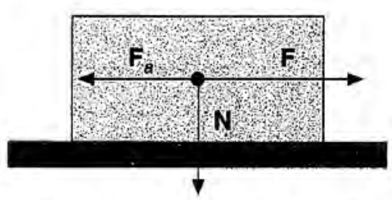
3.12 | Forza di attrito

Le *forze di attrito* si oppongono ai movimenti relativi tra i corpi. La forma di attrito più ricorrente nelle domande dei test universitari è la forza di attrito *radente*.

✔ Dati due corpi mantenuti a contatto da una forza **N** perpendicolare alla superficie di contatto, la forza di **attrito radente** $\mathbf{F}_a$ è originata dallo slittamento di un corpo sull'altro ed è un vettore così definito:
Direzione: parallela alla superficie di contatto;
Verso: quello che si oppone al moto relativo tra i due corpi;

Intensità: $|\mathbf{F}_a| = f \cdot |\mathbf{N}|$ dove $f = \begin{cases} f_s : \text{coefficiente di attrito statico} \\ f_k : \text{coefficiente di attrito dinamico} \end{cases}$

La forza di attrito radente è quindi direttamente proporzionale alla forza normale **N** (che nel caso in figura coincide con la forza peso del corpo) e dipende dalla natura delle superfici di contatto.
Il coefficiente di attrito statico f_s è proprio della resistenza che si incontra quando si cerca di mettere in movimento un corpo inizialmente fermo.



Il coefficiente di attrito dinamico f_k riguarda invece un corpo già in movimento. Si verifica che la resistenza che un corpo incontra è maggiore quando parte da fermo rispetto a quella che incontra quando è già in moto.

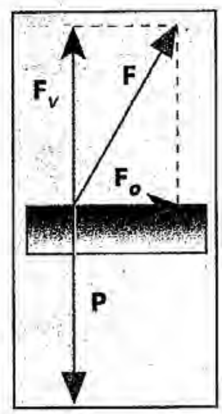
✔ **Per ogni materiale vale la disuguaglianza: $f_s > f_k$**

FISICA

Oltre alla forza di attrito radente, esistono altri due tipi di forze di attrito.

- **Forza di attrito volvente**: si tratta della forza che si oppone al rotolamento di un corpo su un altro: sperimentalmente si trova che l'attrito volvente è sempre inferiore a quello radente.
- **Forza di attrito nei fluidi**: quando un corpo si muove all'interno di un fluido viscoso (come un pesce nell'acqua o un paracadutista nell'aria) incontra una resistenza che dipende dalla viscosità del fluido (§ 6.5) e dalla forma, dalle dimensioni e dalla velocità del corpo che si muove nel fluido.

Un corpo di massa $m = 2$ kg è appoggiato su un piano orizzontale. Tra il corpo e il piano i coefficienti di attrito statico e dinamico valgono rispettivamente $f_s = 0,5$ e $f_d = 0,3$. Si applica al corpo una forza F di modulo pari a 20 N che forma con il piano un angolo di 60°. Determinare la forza totale agente parallelamente al piano.



La componente verticale della forza **F** vale:

$$F_v = F\text{sen}(60°) = 17{,}32 \text{ N}$$

mentre quella orizzontale $F_o = F\cos(60°) = 10$ N.

La forza di attrito statico vale:

$$F_s = (mg - F_v) \cdot f_s = (2 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 - 17{,}32 \text{ N}) \cdot 0{,}5 = 1{,}14 \text{N}$$

ed è diretta nel verso opposto alla componente orizzontale $\mathbf{F}_o$.

Essendo $F_s < F_o$, il corpo inizia a muoversi.

Si considera l'attrito dinamico:

$$F_d = (mg - F_v) \cdot f_d = (2 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 - 17{,}32 \text{ N}) \cdot 0{,}3 = 0{,}684 \text{ N}$$

La forza totale parallela al piano è dunque:

$$\mathbf{R} = \mathbf{F}_o + \mathbf{F}_d \Rightarrow R = F_o - F_d = (10 - 0{,}684) \text{ N} = 9{,}316 \text{ N}$$

PARTE SESTA

4 | Lavoro ed energia

4.1 | Lavoro di una forza

Quando il punto di applicazione di una forza **F** compie uno spostamento **s**, la forza compie un lavoro *L* dato dal prodotto scalare tra forza e spostamento.

$L = \mathbf{F} \cdot \mathbf{s} = \lvert\mathbf{F}\rvert \cdot \lvert\mathbf{s}\rvert \cdot \cos\alpha$	Dimensioni:	$[M]\,[L]^2\,[T]^{-2}$
dove α è l'angolo formato dai vettori **F** e **s**.	Unità di misura nel SI:	$N \cdot m$ = joule (J)

L'unità di misura del lavoro nel sistema CGS è l'erg (simbolo: erg).
Quanti joule vale un erg?

Si è visto che $1\ J = 1\ N \cdot 1\ m$. Analogamente, nel CGS, $1\ erg = 1\ dyn \cdot 1\ cm$.

Si tratta, per passare da J a erg, di trasformare tutte le unità del SI in unità del CGS mediante equivalenze:

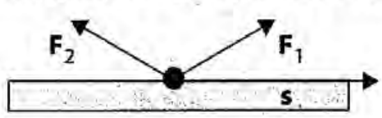
$$1\ J = 1\ N \cdot 1\ m = (10^5\ dyn) \cdot 10^2\ cm = (10^5 \cdot 10^2)\ dyn \cdot cm = 10^7\ erg$$

Si conclude così che $1\ J = 10^7\ erg$ e, viceversa, $1\ erg = 10^{-7}\ J$.

Il lavoro è una grandezza scalare!

Il lavoro compiuto da una forza **F** quando il suo punto di applicazione si sposta non dipende solo dalle intensità della forza e dello spostamento, ma anche dal loro orientamento reciproco nello spazio. Per esempio, il lavoro è positivo o negativo a seconda che l'angolo α formato da **F** e da **s** sia minore o maggiore di 90°.

Una forza F di modulo 10 N viene applicata a un corpo che si sposta verso destra, di 2 m, lungo un piano orizzontale senza attrito. Calcolare il lavoro della forza nel caso in cui essa formi con il piano un angolo di 30° o di 150°.
A parità di forza e spostamento, qual è l'angolo per cui il lavoro è massimo?



Schematizzando il problema come in figura, si scrive, secondo la definizione di lavoro:

$$L_1 = \mathbf{F}_1 \cdot \mathbf{s} = F_1 \cdot s \cdot \cos 30° = 10\ N \cdot 2\ m \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}\ J$$

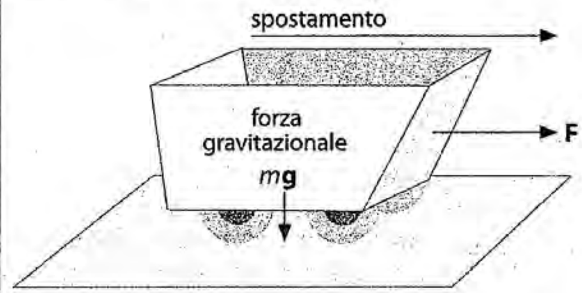
$$L_2 = \mathbf{F}_2 \cdot \mathbf{s} = F_2 \cdot s \cdot \cos 150° = 10\ N \cdot 2\ m \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -10\sqrt{3}\ J$$

L'angolo per cui è massimo il lavoro è l'angolo per cui è massimo in generale un prodotto scalare: 0°. Ovvero, **il lavoro è massimo quando forza e spostamento sono paralleli.**

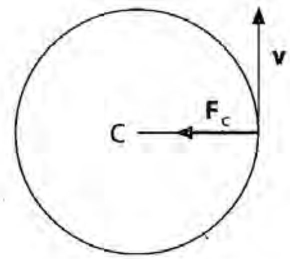
FISICA

Dalla definizione di lavoro, poiché $\cos(90°) = 0$, si ricava che **le forze perpendicolari allo spostamento non compiono lavoro.**

La forza centripeta e la forza gravitazionale sono forze che in alcune circostanze, come quelle sotto raffigurate, non compiono lavoro.



Se il piano di scorrimento del carrello è orizzontale, la forza peso del carrello $m\mathbf{g}$ non compie lavoro, mentre la forza **F** sì.



La forza centripeta $\mathbf{F}_c$ nel moto circolare uniforme è perpendicolare alla velocità e quindi allo spostamento: è una forza che non compie lavoro.

Più in generale il lavoro di una forza è nullo quando vale **almeno una** delle seguenti condizioni:

$$|\mathbf{F}| = 0; \quad |\mathbf{s}| = 0; \quad \mathbf{F} \perp \mathbf{s}$$

4.2 | Potenza

La potenza media di una forza o, più in generale, di una macchina è definita come il rapporto tra il lavoro compiuto dalla forza (o dalla macchina) e il tempo impiegato a produrre il lavoro.

Potenza media: $P_m = \dfrac{L}{\Delta t}$

Dimensioni: $[P] = [M]\,[L]^2\,[T]^{-3}$

Unità di misura nel SI: J/s = watt (W)

La potenza di una forza può essere espressa in funzione della forza e della velocità del suo punto di applicazione attraverso la relazione:

$$P = \frac{L}{\Delta t} = \mathbf{F} \cdot \frac{\Delta \mathbf{s}}{\Delta t} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}$$

Che potenza deve erogare una centrale elettrica che alimenta una città con un milione di alloggi, ciascuno dei quali consuma mediamente 1 chilowatt di potenza elettrica?

Per risolvere questo quesito non è necessario conoscere alcuna nozione di elettricità: è sufficiente moltiplicare la potenza media consumata da ciascun alloggio per il numero totale di alloggi. Si ottiene così:

$$P_{tot} = 1\ \text{kW} \cdot 1.000.000 = 10^3\ \text{W} \cdot 10^6 = 10^9\ \text{W} = 1\ \text{GW}$$

Il **chilowattora** è il lavoro compiuto in un'ora da una macchina avente la potenza di 1000 W.

Vale la relazione: $1\ \text{kWh} = 3{,}6 \cdot 10^6\ \text{J}$

Il chilowattora misura un lavoro e non una potenza!

Altre unità di misura della potenza (non appartenenti al SI ma largamente utilizzate in campo tecnico) sono il *cavallo vapore* (CV) e il *cavallo vapore britannico* (hp, che sta per *horse power*). Valgono le relazioni:

$$1\ \text{CV} = 75\ \text{kg}_{peso} \cdot 1\ \text{m/s} = 735{,}499\ \text{W}; \qquad 1\ \text{hp} = 745{,}7\ \text{W}$$

PARTE SESTA

4.3 | Energia meccanica

L'energia meccanica di un corpo è una misura del lavoro meccanico che è stato fatto sul corpo o del lavoro meccanico che il corpo è potenzialmente in grado di produrre. **Lavoro ed energia sono quindi grandezze omogenee**: entrambe si misurano in joule.

L'*energia meccanica* si distingue in:

- **energia cinetica**: energia di movimento che non dipende dalla posizione del corpo;
- **energia potenziale**: energia di posizione che non dipende dallo stato di moto del corpo.

4.3.1 | Energia cinetica

Dato un corpo di massa m che si muove alla velocità **v**, la sua energia cinetica E_k vale:

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

L'energia cinetica, come ogni forma di energia, si misura in joule.

Quanto vale l'energia cinetica finale di un grave di massa $m = 1$ g lasciato cadere da un'altezza $h = 2$ m?

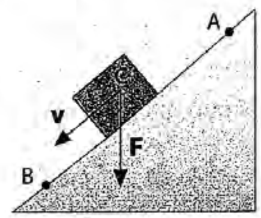
Si ricorda che, in assenza di attriti, la velocità finale del grave vale $v = \sqrt{2gh}$.
Dalla definizione di energia cinetica:

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(\sqrt{2gh})^2 = \frac{1}{2}m \cdot 2gh = mgh = 10^{-3}\text{ kg} \cdot 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2\text{ m} = 0{,}0196\text{ J}$$

Volendo esprimere il risultato in notazione esponenziale $0{,}0196\text{ J} = 1{,}96 \cdot 10^{-2}\text{ J}$.

Teorema dell'energia cinetica

Dato un corpo C soggetto alla sola forza **F**, il lavoro compiuto da **F** quando C si sposta da un punto A a un punto B è uguale alla variazione dell'energia cinetica ΔE_k del corpo C.



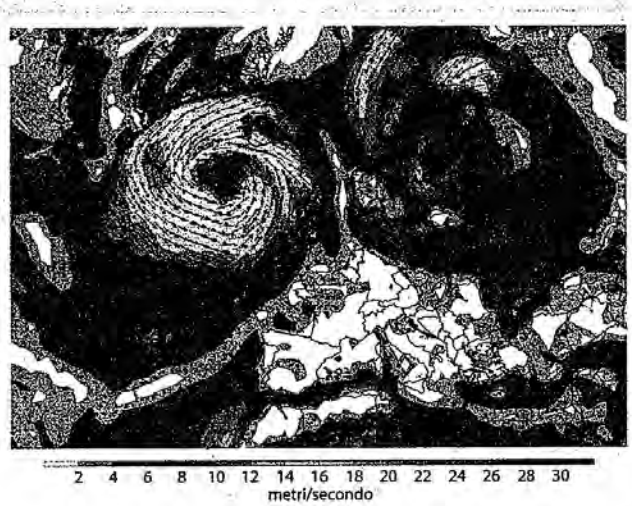
$$\Delta E_k = E_{k,B} - E_{k,A} = L_{A \rightarrow B}$$

4.3.2 | Energia potenziale

Per definire l'energia potenziale di un corpo è necessario introdurre i concetti di *campo vettoriale* e di *campo conservativo*.

Campo vettoriale: regione di spazio a ogni punto della quale è possibile associare un vettore che caratterizza il campo in quel punto.

Per esempio ad ogni punto della superficie terrestre è possibile associare direzione, verso e intensità (ossia velocità) del vento in quel punto, tramite la cosiddetta *mappa dei venti*..



Il **campo gravitazionale** è un campo vettoriale, dato che a ogni punto si può associare il vettore che rappresenta la forza gravitazionale che agisce su una massa posta in quel punto.
Il campo gravitazionale può essere visto anche come un *campo di forze*.

FISICA

Campo conservativo: campo di forze nel quale il lavoro delle forze del campo è una funzione di stato, cioè non dipende dal cammino seguito dal punto di applicazione della forza, ma solo dalle sue posizioni iniziale e finale.

In un campo conservativo il lavoro delle forze del campo lungo una *traiettoria chiusa* è sempre nullo.

A questo punto è possibile definire l'energia potenziale.

L'**energia potenziale** E_p di un corpo immerso in un campo di forze conservativo è una funzione della posizione del corpo, tale che **la differenza fra i suoi valori nelle posizioni iniziale A e finale B è uguale al lavoro compiuto sul corpo dalle forze del campo per spostarlo dalla posizione A alla posizione B:**

$$L_{A \to B} = E_{p_A} - E_{p_B} = -(E_{p_B} - E_{p_A}) = -\Delta E_p \qquad [6]$$

Allo stesso modo, si può affermare che il lavoro che bisogna compiere per vincere le forze del campo (cioè *contro le forze del campo*) portando un corpo dal punto A al punto B è pari alla variazione dell'energia potenziale ΔE_p del corpo tra A e B.

Si noti il **cambiamento di segno**:
Lavoro compiuto dalle forze del campo:

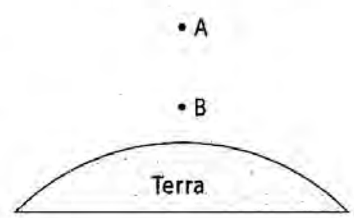
$$L_{A \to B} = -\Delta E_p$$

Lavoro compiuto dalle forze esterne *contro* le forze del campo:

$$L_{A \to B} = \Delta E_p$$

L'energia potenziale è definibile solo per campi conservativi.

Il campo gravitazionale è conservativo: il lavoro che le forze del campo compiono per portare un corpo di massa m dal punto A al punto B non dipende dal cammino seguito.
Si può quindi calcolare il lavoro lungo il segmento $\overline{AB}$:



$$\begin{aligned} L_{A \to B} &= \mathbf{F}_{gravitazionale} \cdot \mathbf{AB} = F \cdot \overline{AB} = F(h_A - h_B) \\ &= mg \cdot (h_A - h_B) = mgh_A - mgh_B = -\Delta(mgh) = -\Delta E_p \end{aligned}$$

Si ricava quindi che l'**energia potenziale gravitazionale** vale:

$$E_p = m \cdot g \cdot h$$

L'energia potenziale gravitazionale di un corpo di massa m è direttamente proporzionale a m ed esprime fisicamente la quantità di lavoro meccanico che la forza gravitazionale compie sul corpo quando questo viene lasciato cadere liberamente nel campo.

Si dimostra che l'**energia potenziale elastica** di una molla di costante elastica k che ha subito un allungamento x vale:

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2$$

Si calcoli l'energia potenziale di un punto materiale di massa $m = 1$ kg vincolato a una molla, acquistata in un'oscillazione di ampiezza $x = A$, sapendo che il periodo dell'oscillazione vale $T = 10$ s.
La conoscenza del periodo e della relazione che lo lega alla costante elastica k permette di trovare l'energia potenziale richiesta:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} \to k = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot m = \frac{4\pi^2}{100\ s^2} \cdot 1\ kg \cong 0{,}4\frac{kg}{s^2} \to E_p = \frac{1}{2}kx^2 \cong 0{,}2 \cdot A^2$$

4.3.3 | Conservazione dell'energia meccanica totale

L'energia meccanica totale E_{tot} (ossia la somma di energia cinetica e di energia potenziale) di un corpo posto in un **campo conservativo** e soggetto alle sole forze del campo è costante:

$$E_{tot} = E_k + E_p = \text{costante}$$

Si consideri un corpo in caduta libera: via via che il corpo cade, la sua energia potenziale diminuisce (h diminuisce) e si trasforma in energia cinetica (v aumenta); in tal modo la loro somma rimane costante durante tutta la caduta.

$$E_{tot} = \frac{1}{2}mv^2 + mgh = \text{costante}$$

Quando il corpo tocca il terreno intervengono forze non conservative in presenza delle quali non si applica il principio di conservazione dell'energia meccanica totale.

In un campo non conservativo l'energia meccanica totale non si conserva. Parte di essa si può per esempio trasformare in energia termica.

La forza di attrito radente (§ 3.12) è una forza il cui lavoro *dipende* dal cammino seguito dal suo punto di applicazione. Si tratta quindi di una forza non conservativa.
In presenza di attriti non si è più in un campo di forze conservativo: cade dunque il principio di conservazione dell'energia meccanica totale.

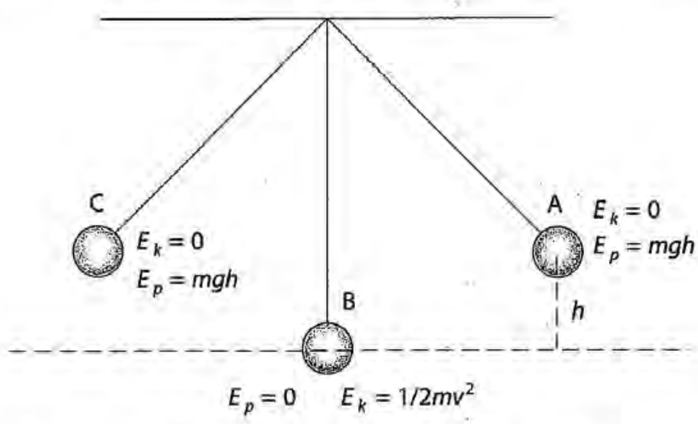
Quanto vale la velocità finale di un punto materiale che scivola da una quota *h* lungo un piano inclinato senza attrito che forma un angolo α con l'orizzontale?
La conservazione dell'energia meccanica rende la soluzione di questo esercizio molto semplice: basta osservare che *tutta* l'energia potenziale iniziale alla sommità del piano inclinato, mgh, si trasforma in energia cinetica alla base del piano. Perciò:

$$E_{k_{\text{fin}}} = \frac{1}{2}mv_{\text{fin}}^2 = E_{p_{\text{iniz}}} = mgh \Rightarrow v_{\text{fin}} = \sqrt{2 \cdot mgh/m} = \sqrt{2hg}$$

La velocità finale non dipende dalla massa (come si era visto nel § 2.3.3 per il moto di caduta libera) né dall'angolo α, ma soltanto dalla quota iniziale.

4.3.4 | Applicazione: moto del pendolo

Si consideri il pendolo semplice in figura. Nel punto di partenza A, il corpo è fermo, l'energia cinetica è nulla e l'energia potenziale è pari a $m \cdot g \cdot h$.



Quando il pendolo viene lasciato, durante la discesa, l'energia potenziale diminuisce trasformandosi in energia cinetica. Nel punto B il pendolo possiede solo energia cinetica, il cui valore è pari a quello dell'energia potenziale posseduta in A (principio di conservazione dell'energia).
Nella fase di risalita da B a C, l'energia cinetica del pendolo diminuisce a favore dell'energia potenziale. Nel punto finale C, l'energia cinetica è nuovamente nulla, quella potenziale è massima e ha un valore pari a quello che aveva in A. Poiché d'altra parte l'energia potenziale è pari a $m \cdot g \cdot h$, si deduce che sia in A che in C il corpo raggiunge la stessa altezza.

FISICA

4.4 | Urti

Si parla di **urto** quando due (o più) particelle collidono (per esempio: urto tra due palle da biliardo) oppure quando interagiscono a distanza ravvicinata (per esempio: cariche elettriche o particelle alfa).

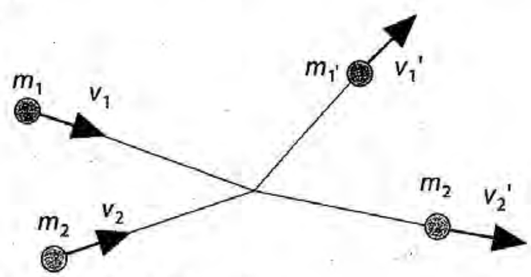
Studiando microscopicamente una collisione tra due corpi, si possono presentare due casi:

1. dopo l'urto, i due corpi hanno ancora la stessa forma e la stessa temperatura. Si tratta di corpi elastici e l'urto prende il nome di **urto elastico**;
2. nell'urto i due corpi hanno subito delle variazioni nella struttura, nella forma o nella temperatura interna; si parla in questo caso di **urto anelastico**. In particolare se i due corpi rimangono uniti, l'urto si dice **perfettamente anelastico**.

Il sistema costituito dalle particelle che si urtano può essere considerato con buona approssimazione un sistema isolato. In ogni tipo di urto, elastico o anelastico, vale quindi il principio di **conservazione della quantità di moto**:

$$\sum \mathbf{P}_i = \sum \mathbf{P'}_i \qquad [7]$$

dove $\mathbf{P}_i$ e $\mathbf{P'}_i$ sono le quantità di moto della i-esima particella prima e dopo l'urto.
Si tratta di una relazione vettoriale, con la quale è possibile stabilire le velocità delle particelle dopo l'urto partendo dalle velocità prima dell'urto o viceversa. Per utilizzarla in maniera corretta, è necessario fissare degli assi di riferimento e scomporre sugli assi i vettori quantità di moto.
Nella figura sottostante si rappresenta schematicamente l'urto fra due particelle di massa m_1 e m_2; l'apice indica le grandezze dopo l'urto.



Nel caso di un urto tra due particelle, la [7] diventa:

$$m_1\mathbf{v}_1 + m_2\mathbf{v}_2 = m_1\mathbf{v'}_1 + m_2\mathbf{v'}_2$$

Negli urti elastici l'energia cinetica si conserva. Negli urti anelastici le deformazioni e il riscaldamento sono provocati da forze dissipative, e l'energia cinetica non si conserva.

L'energia cinetica si conserva solo negli urti elastici, mentre la quantità di moto si conserva in ogni urto.

5 | Stati di aggregazione

Gli stati di aggregazione della materia in natura sono tre: **aeriforme, liquido** e **solido.**

- **Aeriforme**: non ha né volume né forma propri e dunque si distribuisce uniformemente in tutto il volume a disposizione (si distingue il *gas*, che non può liquefare, dal *vapore*, che se compresso sufficientemente, liquefa; in proposito si veda anche il § 2).
- **Liquido**: ha volume proprio, ma assume la forma del recipiente che lo contiene.
- **Solido**: ha volume e forma propri.

Nei precedenti capitoli si è trattata la meccanica dei corpi solidi; ora si prendono in esame i liquidi e gli aeriformi, che sotto alcuni aspetti hanno comportamenti ben differenti dalla materia solida.

Per fluido si intende un liquido o un aeriforme. Si dice *perfetto* o *ideale* un fluido la cui viscosità (attrito interno) è nulla. In caso contrario il fluido si dice *reale*.

Le leggi della meccanica dei fluidi sono valide indifferentemente per liquidi e aeriformi, con l'unica particolarità che nei liquidi, contrariamente a quanto accade per gli aeriformi, le molecole sono condizionate dalle forze di coesione intermolecolare che le tengono le une vicine alle altre e permettono al liquido di occupare un volume proprio: un aeriforme può essere facilmente compresso, mentre il liquido oppone molta resistenza alla compressione. Si può concludere che:

- un **liquido perfetto** è incomprimibile e non viscoso;
- un **aeriforme perfetto** è comprimibile, perfettamente elastico e non viscoso.

5.1 | Funzioni di stato

Le grandezze *pressione*, *volume* e *temperatura* di un fluido prendono il nome di *funzioni di stato* in quanto determinano lo *stato termodinamico* del fluido.

Le funzioni di stato, o variabili di stato, si distinguono in **estensive** (come il volume e il numero di moli), che sono additive e dipendono dalle dimensioni del sistema, e **intensive** (come la temperatura e la pressione), che non sono additive e non dipendono dalle dimensioni del sistema).

5.1.1 | Pressione

La pressione di una forza su una superficie è definita come il rapporto tra il modulo della componente della forza perpendicolare alla superficie (detta componente *normale*, F_n) e l'area della superficie stessa.

Pressione: $P = \dfrac{F_n}{S}$

Dimensioni: $[P] = [M]\,[L]^{-1}\,[T]^{-2}$
Unità di misura nel SI: $Pa = N \cdot m^{-2}$

Qui di seguito si cerca di fare ordine tra le numerose unità di misura della pressione:

- la pressione atmosferica a livello del mare (alla temperatura di 0 °C) è pari alla pressione esercitata da una colonna di mercurio alta 760 mm e vale 1 **atmosfera** (atm);
- il **millimetro di mercurio** (mmHg) o **torricelli** (torr) è l'unità di misura usata per la pressione sanguigna;
- nel CGS si definisce come unità di misura per la pressione la **baria** (barie), ma è molto usato anche un suo multiplo, il **bar**, che vale 10^6 barie.

FISICA

Valgono le equivalenze:

$$1 \text{ atm} = 760 \text{ mmHg} = 1{,}01325 \text{ bar} = 101.325 \text{ Pa} \approx 10^5 \text{ Pa} = 10^5 \text{ N/m}^2$$

Quanti pascal vale una baria?

Si è visto che $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N}/1 \text{ m}^2$. Analogamente, nel CGS, $1 \text{ baria} = 1 \text{ dyn}/1 \text{ cm}^2$.

Si tratta, per passare da Pa a barie, di trasformare tutte le unità del SI in unità del CGS mediante equivalenze:

$$1 \text{ Pa} = \frac{1 \text{ N}}{1 \text{ m}^2} = \frac{10^5 \text{ dyn}}{10^4 \text{ cm}^2} = \left(\frac{10^5}{10^4}\right)\frac{\text{dyn}}{\text{cm}^2} = 10 \text{ barie}$$

Si conclude così che $1 \text{ Pa} = 10$ barie e naturalmente, viceversa, $1 \text{ barie} = 10^{-1} \text{ Pa}$.

5.1.2 | Volume

Il volume occupato da un sistema si misura in metri cubi oppure in litri e si ha:

$$\text{un litro} = 1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3 = 10^{-3} \text{ m}^3$$

Un gas è contenuto in un recipiente cubico di 100 cm di lato. Quanti litri di gas contiene il recipiente?

Il volume del recipiente è:

$$V = l^3 = 100^3 \text{ cm}^3 = 100^3 \cdot (10^{-2})^3 \text{ m}^3 = 10^6 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 = 1 \text{ m}^3$$

Per passare ai litri si inverte la relazione vista sopra: $V = 1 \text{ m}^3 = 10^3 \text{ l}$.

5.1.3 | Temperatura

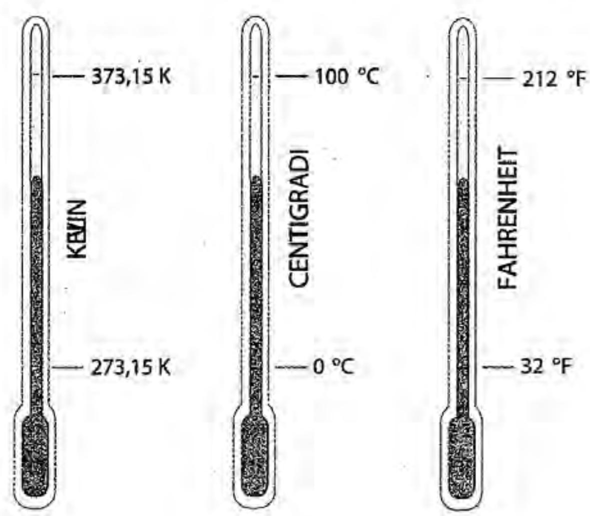
La temperatura di un corpo ne esprime lo *stato termico* ed è un indice della tendenza del calore ad abbandonare il corpo.

Esistono diverse scale termometriche:

- *scala centigrada* o *Celsius*
- *scala Fahrenheit*
- *scala assoluta o Kelvin*

La prima prende come punti di riferimento la fusione del ghiaccio e l'ebollizione dell'acqua alla pressione di 1 atm: si tratta di una **scala convenzionale.**

La scala Fahrenheit segna come 0 °F la temperatura più bassa raggiungibile con una miscela ghiaccio-cloruro di ammonio (corrispondente a circa −18 °C) e come 100 °F la temperatura media del corpo umano.



La scala assoluta (la cui unità di misura è il **kelvin**) è definita in base alla teoria cinetica dei gas (§ 5.3.2) e ad alcune leggi della fisica come l'equazione di stato dei gas ideali: a differenza delle scale Celsius e Fahrenheit è una **scala assoluta.**

Lo zero kelvin rappresenta il limite inferiore delle temperature raggiungibili in natura. **Non esistono temperature kelvin negative.**

Se la differenza tra le temperature di due corpi è di 1 °C, questa è anche di 1 K: un grado centigrado è identico a un kelvin: le due scale sono solo *traslate* l'una rispetto all'altra di 273,15 gradi.

Per passare da una scala termometrica all'altra si utilizzano le seguenti relazioni:

$$T_F = 9/5\,T_C + 32 \qquad T_K = T_C + 273{,}15 \qquad T_F = 9/5\,T_K - 459{,}6$$

È abbastanza comune trascurare i decimali nel passaggio da °C a K.

Quale differenza di temperatura assoluta corrisponde a quella segnata da un termometro tarato su una scala Celsius, dove la colonnina di mercurio arriva da 25 °C a 27 °C?
Si calcola la variazione di temperatura nella scala Celsius:

$$\Delta T = T_f - T_i = (27 - 25)\ °\mathrm{C} = 2\ °\mathrm{C}$$

Si trasformano le due temperature in temperature assolute (espresse cioè in kelvin) e poi si ricalcola la variazione:

$$T_f = (27 + 273)\ \mathrm{K} = 300\ \mathrm{K}; \quad T_i = (25 + 273)\ \mathrm{K} = 298\ \mathrm{K}$$

$$\Delta T = T_f - T_i = (300 - 298)\ \mathrm{K} = 2\ \mathrm{K}$$

La variazione di temperatura, espressa in °C o K, ha lo stesso valore. Questo perché il grado celsius e il kelvin hanno la stessa ampiezza.

Gli strumenti utilizzati per misurare la temperatura sono i *termometri*: un esempio è costituito da un capillare di vetro con all'interno un liquido, di solito mercurio che, se scaldato, si dilata rendendo "visibile" ogni variazione della temperatura. Questo strumento sfrutta la tendenza di tutti i materiali a cambiare il proprio volume a seconda della temperatura.

5.1.4 | Dilatazione termica

In genere il volume di un corpo solido, liquido o aeriforme aumenta con l'aumentare della temperatura. Questo fenomeno prende il nome di *dilatazione termica* ed è una proprietà comune alla stragrande maggioranza dei materiali. Si ha una dipendenza lineare tra il volume della sostanza e la temperatura, data dalla legge:

$$V_t = V_0 \cdot (1 + \mathrm{k} \cdot t) \qquad \text{dove} \begin{cases} t \text{ è la temperatura misurata in °C} \\ V_t \text{ è il volume del corpo alla temperatura } t \\ V_0 \text{ è il volume del corpo alla temperatura di 0 °C} \\ \mathrm{k} \text{ è il coefficiente di dilatazione termica del materiale} \end{cases}$$

Il **coefficiente di dilatazione termica** k dipende dal materiale e dal suo stato di aggregazione. I suoi valori sono tabulati e li si suppone costanti al variare della temperatura.

In modo analogo si definiscono i coefficienti di dilatazione lineare e superficiale, γ e β:

$$L_t = L_0 \cdot (1 + \gamma \cdot t) \qquad \text{dove } L \text{ indica la lunghezza del corpo}$$

$$S_t = S_0 \cdot (1 + \beta \cdot t) \qquad \text{dove } S \text{ indica la superficie del corpo}$$

Un binario di ferro è lungo 5 m a 0 °C. Sapendo che il coefficiente di dilatazione lineare del ferro è pari a $12 \cdot 10^{-6}\ °\mathrm{C}^{-1}$, quale sarà il suo allungamento se la temperatura sale di 50 °C?
L'allungamento è dato da:

$$L_t - L_0 = L_0 \cdot (1 + \gamma \cdot t) - L_0 = L_0 \cdot \gamma \cdot t = 5\ \mathrm{m} \cdot 12 \cdot 10^{-6} \frac{1}{°\mathrm{C}} \cdot 50\ °\mathrm{C} = 3\ \mathrm{mm}$$

Questo è il motivo per cui, lungo i binari, vi sono numerose e periodiche interruzioni che consentono al ferro di dilatarsi senza conseguenze negative.

FISICA

Anche per gli aeriformi vale l'espressione $V_t = V_0 \cdot (1 + \mathrm{k} \cdot t)$, con la particolarità che k diventa costante per qualunque tipo di gas. Il suo valore, trovato sperimentalmente, è:

$$\mathrm{k} = \alpha = \frac{1}{273{,}15}\,°\mathrm{C}^{-1}$$

Non è un caso che il suo denominatore sia uguale in valore assoluto allo zero kelvin; anzi è proprio da queste considerazioni sperimentali che Lord Kelvin fissò la sua scala.

Come cambia la formula della dilatazione termica per un gas, se la temperatura viene espressa in kelvin anziché in gradi celsius?

Anzitutto si osserva che per passare dalla temperatura espressa in gradi centrigradi (che qui si indica con t) a quella espressa in kelvin (qui indicata con T) si usa l'espressione:

$$T = t + 273{,}15 = t + \alpha^{-1} \Rightarrow t = T - 273{,}15 = T - \alpha^{-1}$$

Si può verificare adesso come varia la formula per la dilatazione:

$$V_t = V_0 \cdot [1 + \alpha \cdot t] = V_0 \cdot [1 + \alpha \cdot (T - \alpha^{-1})] = \alpha T V_0$$

Per tutti i gas vale quindi la **legge di Charles**: il volume finale di un gas è proporzionale alla temperatura finale (se la temperatura è espressa in kelvin).

5.2 | Passaggi di stato

Fornendo o sottraendo calore a una sostanza è possibile portarla a un diverso stato di aggregazione. Queste trasformazioni sono dette **cambiamenti di stato** o **passaggi di stato**. Nella figura seguente sono riportati tutti i possibili passaggi.

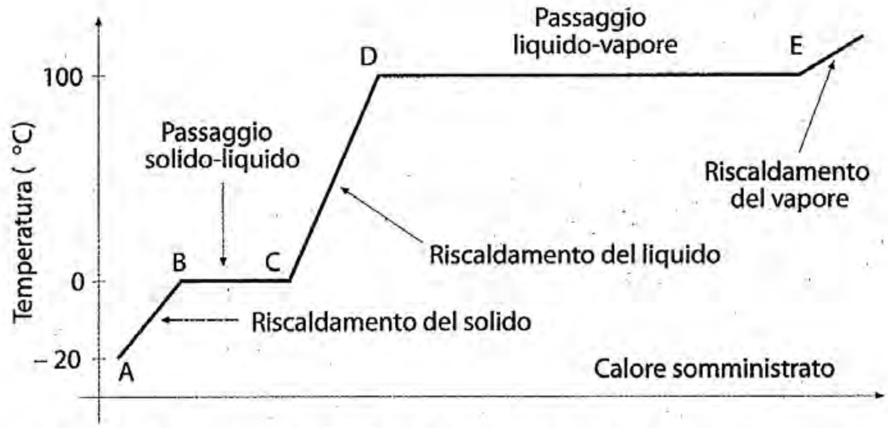
Nelle trasformazioni da sinistra a destra (→) occorre fornire energia al sistema, mentre in quelle da destra a sinistra (←) il sistema dà energia all'esterno.

La liquefazione viene anche detta condensazione, mentre la vaporizzazione si divide in evaporazione ed ebollizione (si veda più avanti il § 5.4.1).

- Ogni passaggio di stato è caratterizzato dalla **rottura o dalla formazione di legami chimici**.
- Durante il cambiamento di stato, **la temperatura del sistema si mantiene costante**.
- Ogni sostanza per cambiare il suo stato ha bisogno di una ben precisa quantità di calore per unità di massa, detta **calore latente** del cambiamento di stato.

Il calore acquistato o ceduto a una massa m di una sostanza affinché questa cambi il suo stato di aggregazione è pari a $Q = m \cdot \lambda$, dove λ è il calore latente del cambiamento, espresso in calorie/grammi (per la definizione di caloria, si veda il § 7.1).

Nel grafico seguente viene analizzato il **riscaldamento di una mole di acqua** (a pressione atmosferica $P = P_0$) da $T = -20$ °C a $T > 100$ °C (per la definizione di mole si veda la sezione di Chimica).



La lunghezza del tratto BC corrisponde al **calore latente molare di fusione** λ_f: energia necessaria per fondere una mole di acqua. La lunghezza del tratto DE corrisponde al **calore latente molare di evaporazione** λ_e: energia necessaria per far evaporare una mole di acqua. Si ha:

$$\lambda_e > \lambda_f \quad \leftrightarrow \quad \overline{DE} > \overline{BC}$$

Il calore latente di fusione dell'acqua vale $\lambda_f = 79{,}7 \text{ cal} \cdot \text{g}^{-1}$.
Il calore latente di evaporazione dell'acqua vale $\lambda_e = 540 \text{ cal} \cdot \text{g}^{-1}$.

Quanto calore è necessario fornire a 1 kg di ghiaccio perché possa sciogliersi?
Conoscendo il calore latente di fusione del ghiaccio, si deve usare l'espressione $Q = m \cdot \lambda$, avendo cura di trasformare la massa in grammi, dato che $\lambda_f = 79{,}7 \text{ cal/g}$:

$$Q = m \cdot \lambda_f = 1 \text{ kg} \cdot 79{,}7 \frac{\text{cal}}{\text{g}} = 10^3 \text{ g} \cdot 79{,}7 \frac{\text{cal}}{\text{g}} = 79.700 \text{ cal}$$

5.3 | Stato gassoso

5.3.1 | Gas perfetti

È *perfetto* (o *ideale*) un gas che soddisfa le seguenti condizioni:

- le particelle che costituiscono il gas sono puntiformi;
- fra le particelle non esistono interazioni a distanza;
- gli urti tra le particelle sono elastici.

I gas perfetti ubbidiscono alle seguenti leggi sperimentali:

- legge di **Boyle** $\xrightarrow{t = \text{costante}}$ $P \cdot V = \text{costante}$
- legge di **Charles** $\xrightarrow{P = \text{costante}}$ $V_t = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t)$
- legge di **Gay-Lussac** $\xrightarrow{V = \text{costante}}$ $P_t = P_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t)$

dove $\alpha = 1/273{,}15\ °\text{C}^{-1}$; t è la temperatura espressa in °C; V_0 e P_0 sono rispettivamente il volume e la pressione del gas quando $t = 0\ °\text{C}$. Se la temperatura viene misurata in kelvin, la legge di Charles e quella di Gay-Lussac assumono la forma:

- legge di **Charles** $\xrightarrow{P = \text{costante}}$ $V_T = \alpha \cdot V_0 \cdot T$
- legge di **Gay-Lussac** $\xrightarrow{V = \text{costante}}$ $P_T = \alpha \cdot P_0 \cdot T$

FISICA

Le leggi viste si riassumono nell'**equazione di stato dei gas perfetti** (o **legge di Clapeyron**) che lega tra loro i valori delle funzioni di stato di un gas perfetto:

$$P \cdot V = n \cdot \mathrm{R} \cdot T$$

dove:

- T è la temperatura espressa in kelvin;
- n è il numero di moli (nei problemi riguardanti i gas perfetti, la quantità di gas in esame viene in generale data come *numero di moli*);
- R è la **costante di stato dei gas perfetti** e ha un valore pari a:

$$\mathrm{R} = 8{,}318\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K \cdot mole}} = 0{,}082\,\frac{\mathrm{litri \cdot atm}}{\mathrm{K \cdot mole}}$$

Qual è il numero di moli di un gas perfetto contenuto in un recipiente di volume $V = 200$ l, a pressione $P = 1$ atm e temperatura $T = 27$ °C?

Si deve invertire la legge dei gas perfetti:

$$P \cdot V = n \cdot \mathrm{R} \cdot T$$

facendo attenzione a portare la temperatura in kelvin!

Si ottiene così:

$$n = \frac{PV}{RT} = \frac{1\ \mathrm{atm} \cdot 200\ \mathrm{litri}}{0{,}082\,\frac{\mathrm{litri \cdot atm}}{\mathrm{K \cdot mole}} \cdot (27 + 273)\ \mathrm{K}} = 8{,}13\ \mathrm{mol}$$

Un cilindro con un pistone contiene n moli di un gas perfetto alla temperatura T. Se la temperatura raddoppia, quale sarà il numero di moli finale?

Il numero n di moli di gas contenute nel cilindro è determinato unicamente dal numero di molecole del gas: anche se la temperatura, il volume o la pressione del gas cambiano, n rimane sempre lo stesso.

Un recipiente chiuso contiene un gas perfetto a temperatura T e pressione P. Se la temperatura raddoppia, quale sarà la pressione finale?

Si risolve l'esercizio con un *procedimento generale*, utile per tutti gli esercizi di questo tipo: considerando la relazione $P \cdot V = n \cdot \mathrm{R} \cdot T$, si portano a sinistra dell'uguale tutte le grandezze variabili, e a destra tutte quelle costanti. Il numero di moli, R e il volume sono costanti (il recipiente è chiuso), mentre temperatura e pressione variano.

Dunque:

$$\frac{P}{T} = \frac{n \cdot \mathrm{R}}{V} = \mathrm{cost}$$

Questo significa che nello "stato" iniziale e finale descritto nell'esercizio, il rapporto P/T resta costante. Indicando con 1 lo stato iniziale e 2 quello finale, si può scrivere allora:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$

Delle quattro grandezze indicate, si conoscono $T_1 = T$, $T_2 = 2T$, $P_1 = P$. Si trova l'incognita P_2 invertendo l'equazione:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \Rightarrow P_2 = P_1 \cdot \frac{T_2}{T_1} = P \cdot \frac{2T}{T} = 2P$$

Da questo si ricava che anche la pressione raddoppia.

Si noti dal punto di vista dimensionale che, correttamente, nella formula risolutiva $P_2 = P_1(T_2/T_1)$, la pressione a destra dell'uguale, moltiplicata per una quantità adimensionale, dà un'altra pressione.

PARTE SESTA

Legge di Avogadro. Volumi uguali di gas diversi nelle stesse condizioni di pressione e temperatura contengono un *ugual numero di molecole.*
Alla temperatura $T = 0\,°C = 273{,}15\,K$ e alla pressione $P = 1\,atm = 760\,mmHg$ (dette condizioni standard) una mole di qualunque gas occupa un volume di 22,4 litri e contiene $6{,}022 \cdot 10^{23}$ molecole (**numero di Avogadro**, indicato con N_A).

Data una miscela di gas, la *pressione parziale* di ciascun gas della miscela è uguale alla pressione che quel gas eserciterebbe se occupasse da solo il volume occupato dall'intera miscela gassosa.

Legge di Dalton. Indicando con P_q la pressione parziale del gas q-esimo si ha:

$$P_1 = P \cdot \frac{n_1}{n}; P_2 = P \cdot \frac{n_2}{n}; \ldots; P_q = P \cdot \frac{n_q}{n}$$

dove n_q/n rappresenta la *frazione molare* del gas q-esimo e P rappresenta la pressione totale della miscela. La pressione di una miscela gassosa è dunque uguale alla somma delle pressioni parziali dei singoli componenti.

5.3.2 | Cenni di teoria cinetica dei gas

La pressione di un gas è determinata dagli urti delle singole molecole del gas contro le pareti del recipiente che lo contiene. La temperatura di un gas è l'espressione macroscopica dell'agitazione delle molecole del gas chiamata *agitazione termica*. Tra la temperatura T di un gas e l'*energia cinetica media* $\bar{E}_k$ delle sue molecole vi è una relazione di *proporzionalità diretta*:

$$\bar{E}_k = \frac{1}{2}m\overline{v^2} = \frac{3}{2}KT \qquad [8]$$

dove:

- T è la temperatura espressa in kelvin;
- $K = R/N_A = 1{,}38 \cdot 10^{-23} J/K$ è la costante di Boltzmann (con N_A numero di Avogadro e R costante dei gas);
- la "barra" sulle grandezze energia e velocità al quadrato indica il loro valore medio.

Poiché l'energia cinetica è definita come prodotto di quantità mai negative (massa e velocità al quadrato), la [8] è in accordo con il fatto che la temperatura kelvin non può essere negativa: un suo valore negativo corrisponderebbe infatti a un'energia cinetica negativa. Si ricava inoltre che, fornendo calore a una sostanza, le sue molecole acquistano energia cinetica: vibrano quindi più velocemente e possono così vincere anche le forze di coesione che le tengono unite e che determinano lo stato di aggregazione. A parità di temperatura, le molecole più leggere (meno massive) si agitano con velocità maggiori di quelle più pesanti; è anche per questo motivo che sostanze diverse che si trovano alla stessa temperatura possono avere stati di aggregazione differenti.

5.3.3 | Gas reali

I gas reali, a differenza dei gas ideali, soddisfano almeno una delle seguenti condizioni:

- sensibili interazioni tra le molecole;
- urti non perfettamente elastici;
- volume proprio delle particelle (*covolume*) non trascurabile.

Per i gas reali l'equazione di stato $P \cdot V = n \cdot R \cdot T$ è sostituita dall'**equazione di Van der Waals**:

$$\left(P + \frac{an^2}{V^2}\right) \cdot (V - nb) = n \cdot R \cdot T$$

dove b è il covolume e a tiene conto delle interazioni tra le molecole.
Si tratta di una legge empirica (ricavata sperimentalmente); i parametri a e b sono fortemente variabili in relazione al tipo di gas che si considera.

FISICA

5.4 | Stato liquido

Nei liquidi, contrariamente a quanto accade per i gas, le molecole sono condizionate dalle forze di attrazione intermolecolari che le tengono le une vicine alle altre. I liquidi hanno le seguenti proprietà:

- occupano un volume proprio;
- sono incomprimibili;
- come gli aeriformi, non hanno forma propria e diffondono[1];
- sono dotati di tensione superficiale (si veda § 5.4.2).

5.4.1 | Evaporazione ed ebollizione

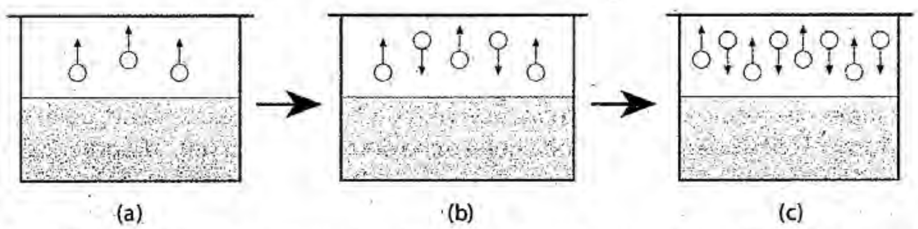
La *vaporizzazione* di un liquido si divide in *evaporazione* ed *ebollizione* a seconda che il passaggio di stato coinvolga solo la parte superficiale o l'intera massa del liquido.

L'energia cinetica media delle molecole di un liquido è proporzionale alla temperatura assoluta del liquido. A causa dell'agitazione termica, alcune molecole in prossimità della superficie del liquido possono acquistare un'energia leggermente superiore alla media, sufficiente a spezzare i legami che le tengono unite al liquido. Tali molecole possono quindi sfuggire al liquido e passare allo stato aeriforme. È questo il fenomeno dell'**evaporazione**. Nella fase aeriforme che sovrasta un liquido, si trovano sempre delle molecole di liquido evaporate. Tali molecole formano il **vapore**.

Vapore: parte dell'aeriforme che sovrasta un liquido.
Fase: stato di aggregazione della materia.
Sistema liquido-vapore: *sistema bifasico.*

Si consideri un liquido in un recipiente chiuso, all'interno del quale è stato praticato il vuoto: alcune molecole del liquido sfuggono ai legami con le altre molecole e passano allo stato di vapore incrementandone il contenuto e quindi la pressione. Contemporaneamente alcune molecole del vapore passano allo stato liquido. Questo fenomeno continua fino al raggiungimento dell'equilibrio tra le due fasi, cioè fino a quando il numero di molecole che passano allo stato di vapore nell'unità di tempo è uguale al numero di molecole che passano allo stato liquido sempre nell'unità di tempo.

L'equilibrio liquido-vapore è dinamico.



Evoluzione temporale di un sistema liquido-vapore: in (a) il numero di molecole che passano allo stato di vapore è decisamente maggiore del numero di molecole che passano da vapore a liquido; in (c) i due numeri sono uguali e il sistema è in equilibrio.

All'equilibrio il vapore si dice **saturo**. La **tensione di vapore** di un liquido a una data temperatura è la pressione del vapore saturo a quella temperatura.

La tensione di vapore dipende solo dalla temperatura e dalla natura del liquido: aumenta con l'aumentare della temperatura.
Il punto di ebollizione di un liquido è la temperatura alla quale la tensione di vapore del liquido è pari al valore della pressione della fase gassosa che sovrasta il liquido (pressione esterna).

Nell'ebollizione, diversamente da quanto accade nell'evaporazione, si ha formazione di vapore in tutta la massa liquida.

1. La diffusione consiste nel fatto che le molecole di due fluidi apparentemente in quiete posti nello stesso recipiente si mescolano spontaneamente le une con le altre.

La **temperatura di ebollizione di un liquido** dipende solo dalla natura del liquido e dalla pressione a cui è sottoposto: **cresce al crescere della pressione esterna.**

Nella pentola a pressione vengono raggiunte pressioni superiori a quella atmosferica e la temperatura di ebollizione dell'acqua è maggiore di 100 °C.
Infatti, maggiore è la pressione esterna, maggiore deve essere la tensione di vapore perché abbia inizio l'ebollizione e ciò si realizza con un aumento di temperatura.
In montagna, al contrario, la pressione esterna è inferiore a 1 atm e quindi la temperatura di ebollizione è minore di 100 °C.

5.4.2 | Tensione superficiale

Lo strato superficiale di un liquido si trova in una condizione diversa rispetto al liquido rimanente: le molecole in superficie non sono completamente circondate da molecole uguali a loro. Le molecole interne subiscono l'attrazione delle altre in tutte le direzioni, mentre quelle sulla superficie interagiscono solo con le molecole sottostanti. Questo causa una "contrazione" dello strato superficiale, che tende a comportarsi come una *pellicola elastica.*

Grazie al fenomeno della tensione superficiale, alcuni insetti riescono a muoversi sugli specchi d'acqua senza affondare. Per lo stesso motivo è possibile appoggiare un ago sulla superficie di un liquido senza che esso affondi.

5.5 | Stato solido

Le proprietà che caratterizzano i solidi esistenti in natura si possono riassumere in:

- **elasticità:** proprietà di riprendere forma e volume iniziali dopo una deformazione;
- **durezza:** proprietà di intaccare o scolpire un altro corpo;
- **malleabilità:** proprietà di ridursi in fogli sottili;
- **duttilità:** proprietà di ridursi in fili sottili;
- **tenacità:** resistenza alla rottura;
- **plasticità:** proprietà di modellarsi sotto l'azione di una forza che agisce per un tempo lungo.

Un solido è tale se dotato di *reticolo cristallino.* Il vetro (che non è un solido perché non ha una struttura cristallina) viene chiamato *solido amorfo* in virtù della sua consistenza.

Si distinguono quattro tipi di solidi a seconda del tipo di legame che li caratterizza.

- **Solidi covalenti**: i nodi reticolari sono occupati da atomi legati fra loro con legami covalenti. Sono durissimi, hanno una elevata temperatura di fusione e sono pessimi conduttori.

  C (diamante) e SiO_2 (silice) sono solidi covalenti.

- **Solidi ionici**: i nodi reticolari sono occupati da ioni e i legami sono ionici. Sono duri ma fragili, hanno una elevata temperatura di fusione e sono cattivi conduttori.

  Il cloruro di sodio (NaCl) è un solido ionico la cui temperatura di fusione vale 800 °C.

- **Solidi molecolari**: i nodi reticolari sono occupati da molecole legate fra loro da legami deboli (dipolari, idrogeno). Sono teneri, hanno una bassa temperatura di fusione e non sono buoni conduttori.

  N_2, H_2O, N_2H_4 e I_2 sono solidi molecolari.

- **Solidi metallici**: un metallo può essere visto come un reticolo di ioni positivi immerso in una nube di elettroni in movimento. Sono lucenti e malleabili (il legame metallico è adirezionale) e hanno una buona conducibilità elettrica e termica (dovuta all'ottima mobilità degli elettroni).

  Fe, Ag e Cu sono solidi metallici.

6 | Meccanica dei fluidi

Come si è visto, per *fluido* si intende un liquido o un aeriforme.

6.1 | Legge di Pascal

In un fluido la pressione si trasmette in tutti i punti e in tutte le direzioni, e le forze di pressione agiscono perpendicolarmente alle superfici dei corpi indipendentemente da come queste sono orientate.

La legge di Pascal afferma che in ogni punto di un fluido in quiete si ha la stessa pressione, sotto l'ipotesi che il fluido **non sia soggetto alla forza di gravità**, o che, almeno, le forze di pressione siano considerevolmente superiori alle forze di gravità coinvolte.

Se cade questa ipotesi, in un fluido si distinguono due tipi di forze.

1. **Forze superficiali:** agiscono solo sulla superficie delimitante il fluido. Si consideri, per esempio, un liquido in un cilindro compresso da un pistone. La pressione dovuta alle forze superficiali (forza esercitata dal pistone) è uniforme in tutto il liquido.
2. **Forze di volume**: agiscono su tutti i punti del fluido e dipendono quindi dal suo volume. La forza peso è un esempio di forza di volume.

I casi in cui si possono trascurare le forze di volume vengono affrontati tramite la legge di Pascal. Diversamente, la pressione derivante dalle forze di volume è regolata dalla legge di Stevino.

6.2 | Legge di Stevino

La pressione idrostatica o aerostatica (pressione dovuta al solo peso del fluido) **cresce con la profondità.** Nel caso di un liquido le due grandezze sono direttamente proporzionali.

Se h indica la profondità all'interno di un liquido, allora la pressione vale $P = \rho \cdot g \cdot h$ dove ρ è la densità del liquido e g è l'accelerazione di gravità.

Si calcoli a quale pressione idrostatica si trova sottoposto un sub che nuota a 10 metri sotto il livello dell'acqua.

Nell'acqua di mare, la pressione idrostatica aumenta di una atmosfera (~ 10^5 Pa) ogni 10 m di profondità. Infatti, la pressione esercitata da una colonna d'acqua alta 10 m è:

$$P = \rho \cdot g \cdot h = 1\frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 10\text{ m} = 10^5\text{ Pa} \cong 1\text{ atm}$$

Tale pressione si somma alla pressione atmosferica a livello del mare: il sub si trova quindi sottoposto a una pressione totale di 2 atm.

P_0 = pressione atmosferica a livello del mare = 1 atm; P_{10} = 2 atm; P_{20} = 3 atm; ecc.

Si calcoli l'aumento di pressione su un sottomarino che aumenta la propria profondità di immersione di 20 m.

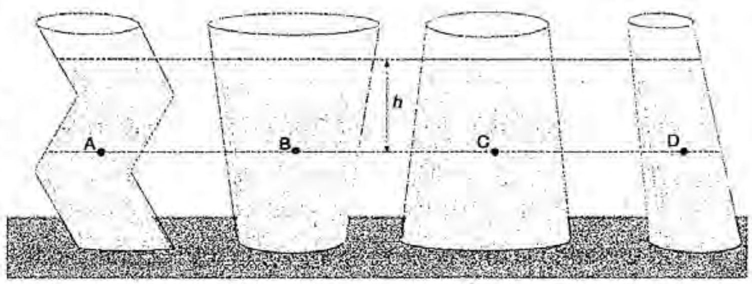
Diversamente dal caso precedente, qui interessa soltanto la variazione di pressione che si sperimenta durante un'immersione: come si è visto, ogni 10 m di profondità la pressione aumenta di 1 atm: si deve rispondere che la pressione sul sottomarino aumenta di 2 atm.

FISICA

6.2.1 | Principio dei vasi comunicanti

Dati alcuni contenitori aventi forme diverse e tra loro comunicanti, se si versa del liquido nel primo, questo si distribuisce in tutti i contenitori in modo da raggiungere la stessa altezza in ciascuno di essi.

A parità di profondità si deve infatti avere la stessa pressione in tutti i contenitori. Per lo stesso motivo, la pressione idrostatica non dipende dalla forma del recipiente che contiene il liquido, ma solo dalla profondità h: nei punti A, B, C e D dei recipienti in figura, vi è la stessa pressione.

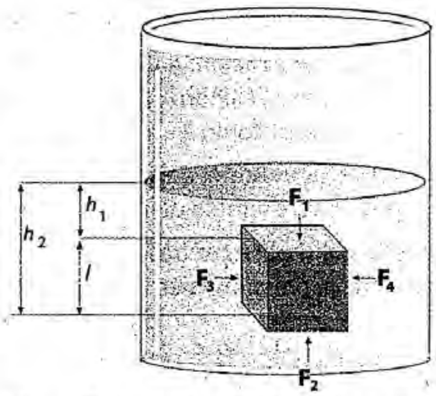


6.3 | Principio di Archimede

Un corpo immerso in un fluido riceve una spinta dal basso verso l'alto di intensità pari al peso del fluido spostato.

È facile dunque concludere che un corpo parzialmente immerso in acqua galleggia solo se il suo peso è inferiore a quello del volume d'acqua che occupa la sua parte immersa; questo si verifica se la densità del corpo è inferiore a quella dell'acqua. Quanto detto è valido anche per un corpo immerso in un gas (si pensi alla mongolfiera).

I sommergibili si spostano in verticale sfruttando la spinta di Archimede.
Poiché il volume di un sommergibile è sempre lo stesso, il volume di liquido spostato è costante e la spinta non varia; di conseguenza per spostare verticalmente il sommergibile si fa in modo che sia il peso del sommergibile stesso a cambiare, il che viene realizzato imbarcando o spingendo fuori acqua tramite potenti pompe idrauliche.



Mentre F_3 è uguale a F_4, F_2 è maggiore di F_1; la superficie su cui agisce F_2 si trova infatti a una profondità h_2 maggiore di h_1.

La forza di Archimede va applicata al **baricentro della massa di liquido spostata:** non al baricentro del corpo né a quello della parte del corpo immersa nel fluido.

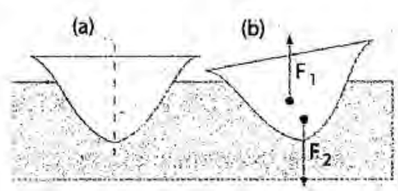
I due punti possono non coincidere quando il corpo immerso nel fluido non è omogeneo.

Si pensi a un martello con il manico di legno immerso in acqua. Il suo baricentro è nettamente spostato verso la parte di ferro, rispetto al baricentro della massa di liquido che il martello sposta quando viene immerso. Mentre la forza peso si applica al baricentro del martello, la forza di Archimede si deve applicare al baricentro dell'acqua spostata.

Il baricentro della massa di fluido spostato è detto anche **centro di spinta**.

Se il centro di spinta e il baricentro del corpo non si trovano sulla stessa verticale, la spinta di Archimede e il peso del corpo formano una coppia di forze che tende a far ruotare il corpo.

Se i due punti sono disposti lungo la verticale si ha equilibrio e affinché l'equilibrio sia stabile, il baricentro deve essere al di sotto del centro di spinta.



Nella posizione (a) la barca è in equilibrio. Se la barca si inclina (b), la forza di Archimede F_1 e la forza peso F_2 formano una coppia che riporta la barca nella posizione di equilibrio.

PARTE SESTA

Condizione di equilibrio idrostatico per un corpo immerso in un fluido:

$$\mathbf{F}_A = \mathbf{P} \;\Rightarrow\; \rho_f \cdot V_f \cdot g = \rho_c \cdot V_c \cdot g \;\Rightarrow\; \rho_f \cdot V_f = \rho_c \cdot V_c$$

dove: P è il peso del corpo, ρ_f e ρ_c sono la densità del fluido e del corpo rispettivamente, V_f è il volume del fluido spostato (uguale al volume della parte immersa del corpo), V_c è il volume del corpo e g è l'accelerazione di gravità.

Questa condizione si utilizza per la risoluzione dei quesiti sul principio di Archimede.

Un cubo di materiale sconosciuto sta immerso in acqua per una parte V_f del suo volume V_c. Quanto vale V_f se la densità relativa del cubo rispetto all'acqua vale 2/3 ?

Si inverte la condizione di equilibrio $\rho_f \cdot V_f = \rho_c \cdot V_c$, dove in questo caso $\frac{\rho_c}{\rho_f} = \frac{2}{3}$:

$$V_f = V_c \cdot \frac{\rho_c}{\rho_f} = V_c \cdot \frac{2}{3}$$

Un corpo con un volume di 0,3 m^3, galleggia sull'acqua (densità 1 kg/dm^3). Sporgono dall'acqua 60 dm^3 del corpo. Quanto vale la densità del corpo?

Il volume del corpo che galleggia vale 300 dm^3; il corpo è immerso in acqua per otto decimi del suo volume (il volume che emerge è 2/10 del volume totale del corpo). Si deduce che la densità del corpo è 8/10 della densità dell'acqua. Infatti:

$$\rho_c = \rho_f \cdot \frac{V_f}{V_c} = \frac{8}{10}\rho_f = 0{,}8\,\frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$$

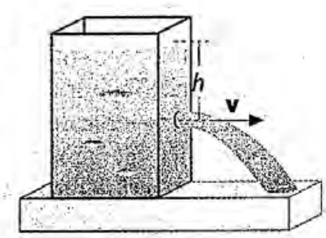
6.4 | Cenni di fluidodinamica

6.4.1 | Teorema di Torricelli

Con riferimento alla figura che illustra un recipiente contenente un liquido (non viscoso) al quale è stato praticato un foro a una profondità h, si ha che la velocità di *efflusso* del liquido dal foro è data dalla relazione:

$$v = \sqrt{2gh}$$

Si noti che il risultato trovato è uguale alla velocità che acquista un corpo soggetto alla sola forza di gravità cadendo da una altezza h.

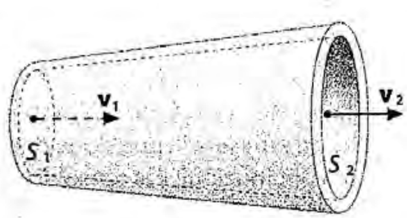


6.4.2 | Portata di un condotto

La *portata* (Q) di un condotto è la quantità di fluido che attraversa una sua sezione in un secondo (si misura in m^3/s). Ipotizzando il fluido incomprimibile, si ottiene l'**equazione di continuità:**

$$Q = S \cdot v = \text{costante}$$

Indicando con v_1 e v_2 le velocità del liquido nelle due sezioni S_1 e S_2 del condotto si ha:

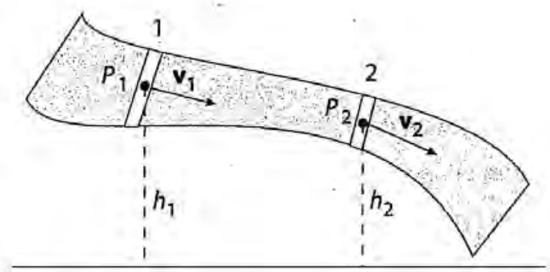


$$S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2 \;\Rightarrow\; \frac{S_1}{S_2} = \frac{v_2}{v_1} \;\Rightarrow\; S \text{ e } v \text{ sono inversamente proporzionali}$$

Maggiore è la sezione del condotto, minore è la velocità del liquido che scorre.

L'acqua di un fiume è più tumultuosa dove il fiume si restringe, mentre appare più calma dove le rive sono più lontane: per il principio di continuità, infatti, il prodotto della sezione per la velocità deve essere costante e quindi dove il fiume si restringe, l'acqua è più veloce.

6.4.3 | Teorema di Bernoulli



Si consideri un condotto in cui scorre un fluido ideale di densità ρ e si fissi l'attenzione su due punti 1 e 2. Si indichino con v_1 e v_2 i moduli delle velocità del fluido, con P_1 e P_2 le pressioni del fluido e con h_1 e h_2 le altezze dei due punti rispetto a un riferimento orizzontale.

Bernoulli dimostrò che vale la seguente relazione:

$$\frac{P}{\rho g} + h + \frac{v^2}{2g} = \text{costante}$$

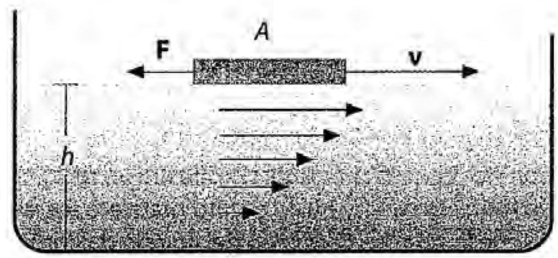
I tre termini a primo membro hanno le dimensioni di una lunghezza e sono rispettivamente detti *altezza piezometrica*, *altezza geometrica* e *altezza cinetica*.

Il **teorema di Bernoulli** afferma che, in ogni condotto, la somma delle altezze piezometriche, geometriche e cinetiche è costante.

Come conseguenza vale il **principio di Venturi**.

A parità di altezza geometrica, se in un condotto la sezione diminuisce, la velocità del fluido che la attraversa aumenta (equazione di continuità) e quindi la sua pressione diminuisce (teorema di Bernoulli).

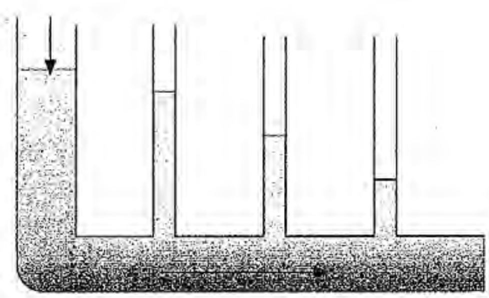
6.5 | Fluidi reali



Nei fluidi reali, a differenza dei fluidi ideali, è presente un attrito interno dovuto alle forze di coesione tra le particelle del fluido e di adesione tra fluido e pareti del recipiente. Il termine con il quale la fisica descrive l'attrito interno di un fluido è **viscosità**.

Se si trascina con velocità **v** un galleggiante posto in una bacinella contenente un liquido di altezza h, questo provoca lo slittamento degli strati di liquido sottostanti, come indicato nella figura (per la viscosità di un gas il ragionamento è analogo: è sufficiente considerare il corpo totalmente immerso nel gas). La velocità di scorrimento degli strati *decresce linearmente* con la profondità. La forza **F** che si trasmette di strato in strato e che si oppone al moto del galleggiante è detta *forza di viscosità*.

La viscosità è un indice della resistenza che un fluido oppone agli scorrimenti relativi tra i suoi strati interni.



Inoltre, dato un liquido reale in moto lungo un condotto di sezione costante, per l'equazione di continuità, la sua velocità e la sua pressione dovrebbero rimanere costanti. In realtà, se si misura la pressione del fluido in vari punti, si nota una diminuzione nel senso di percorrenza, a cui si dà il nome di *perdita di carico*, dovuta alla viscosità del liquido. Nel disegno è evidenziata dall'abbassamento del livello del liquido nelle parti di condotto verticali.

7 | Calorimetria e termodinamica

La termodinamica studia gli scambi di energia meccanica (lavoro) e di energia termica (calore) fra i corpi e ciò che li circonda.

7.1 | Calore

Il **calore** è una forma di energia che viene scambiata fra corpi a temperature diverse. La quantità di calore si indica con il simbolo Q e ha come unità di misura (non appartenente al SI) la caloria.

Una **caloria** (1 cal) è l'energia necessaria per innalzare di un grado (da 14,5 °C a 15,5 °C) la temperatura di un grammo di H_2O.

Accanto alla caloria viene spesso utilizzato un suo multiplo, la **chilocaloria** (o grande caloria):

$$1\ \text{kcal} = 1\ \text{Cal} = 1000\ \text{cal}$$

Il calore non è una caratteristica propria dei corpi: può fluire da un corpo a un altro.

7.1.1 | Principio di equivalenza tra calore e lavoro

Nei processi puramente meccanici l'energia meccanica si conserva; nei fenomeni puramente termici il calore totale si conserva. Generalmente nei processi naturali energia meccanica e calore coesistono e si verifica che, separatamente, non si conservano. Sperimentalmente, si può però notare che se in una trasformazione parte dell'energia meccanica viene spesa per creare calore, il loro rapporto è costante. Il valore di tale rapporto è stato trovato da Joule nel 1843 attraverso la cosiddetta *esperienza di Joule* e vale:

$$\frac{L}{Q} = \text{costante} = 4{,}186\ \frac{\text{joule}}{\text{cal}} = \text{equivalente meccanico della caloria}$$

da cui si può affermare che il calore è una forma di energia termica e vale 1 cal = 4,186 joule.

Questo risultato costituisce il principio di equivalenza tra calore ed energia, che giustifica la definizione di calore come forma di energia e l'utilizzo del joule come unità di misura del calore nel SI.

Si tende dunque ad abbandonare la caloria in favore del joule; solo nel calcolo del valore energetico degli alimenti, e di conseguenza nelle diete, si è ancora soliti usare la caloria e la chilocaloria.

Trasformare 10 J in calorie e 10 cal in joule.

$$10\ \text{J} = \frac{10}{4{,}186}\ \text{cal} = 2{,}4\ \text{cal}\,; \qquad 10\ \text{cal} = 10 \cdot 4{,}186\ \text{J} = 41{,}86\ \text{J}$$

7.1.2 | Propagazione del calore

Il calore si propaga da un corpo a un altro in tre modi.

1. **Conduzione**: è una forma di propagazione del calore caratteristica dei corpi solidi; non è accompagnata da spostamento di materia. Se si mettono a contatto due corpi A e B, rispettivamente a temperatura T_A e T_B (con $T_A > T_B$) si ha passaggio di calore per conduzione dal corpo A al corpo B. La velocità con cui il calore passa dal corpo A al corpo B è direttamente proporzionale alla differenza di temperatura tra A e B ($T_A - T_B$) e all'area della superficie di contatto tra i due corpi.

2. **Convezione**: è una forma di propagazione del calore caratteristica dei fluidi; è accompagnata da spostamento di materia (si pensi, per esempio, agli scambi di calore che avvengono nell'atmosfera in seguito ai movimenti relativi di aria calda e di aria fredda).
3. **Irraggiamento**: propagazione del calore mediante onde elettromagnetiche (§ 8.5): non è necessaria la presenza di un mezzo materiale (le onde elettromagnetiche si propagano anche nel vuoto). È grazie a questa forma di propagazione che riceviamo il calore emanato dal Sole.

7.2 | Calore specifico e capacità termica

Quando due corpi, aventi la stessa massa ma di materiale diverso, acquistano la stessa quantità di calore, si ottiene, in generale, un aumento diverso delle rispettive temperature. In altre parole si può dire che ogni sostanza è caratterizzata da "un'inerzia termica" che esprime la resistenza della sostanza alla variazione della sua temperatura. Le grandezze utilizzate per descrivere in modo quantitativo questo comportamento della materia sono la *capacità termica* e il *calore specifico*.

La **capacità termica di un corpo** è la quantità di calore (energia termica) che esso deve assorbire affinché la sua temperatura aumenti di 1 °C (o di 1 K).

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T} \text{ (si misura in } \frac{J}{K}\text{)}$$

Il **calore specifico di una sostanza** è invece la quantità di calore (energia termica) necessaria per elevare di 1°C (o di 1 K) la temperatura dell'unità di massa di quella sostanza.

$$c = \frac{\Delta Q}{m \cdot \Delta T} \text{ (si misura in } \frac{J}{kg \cdot K}\text{)}$$

Valgono le relazioni:

$$C = c \cdot m \qquad \Delta Q = c \cdot m \cdot \Delta T \qquad \Delta Q = C \cdot \Delta T$$

Dalla definizione di caloria dedurre il calore specifico dell'acqua nelle unità di misura del SI.

Si inverte l'espressione $\Delta Q = c \cdot m \cdot \Delta T$ e si usano le grandezze coinvolte nella definizione di caloria:

$$c_{H_2O} = \frac{\Delta Q}{m \cdot \Delta T} = \frac{1 \text{ cal}}{1 \text{ g} \cdot 1 \text{ °C}}$$

Si trasforma ciascuna grandezza nelle unità di misura del SI (le variazioni di temperatura in centigradi equivalgono a quelle in kelvin):

$$c_{H_2O} = \frac{1 \text{ cal}}{1 \text{ g} \cdot 1 \text{ °C}} = \frac{4{,}186 \text{ J}}{10^{-3} \text{ kg} \cdot 1 \text{ K}} = 4186 \frac{J}{kg \cdot K}$$

Nei gas, a seconda del tipo di trasformazione (si veda più avanti il § 7.3.1) si parla di:

c_V: calore specifico a *volume costante* $\qquad$ c_p: calore specifico a *pressione costante*.

Nei liquidi e nei solidi si ha $c_V = c_p = c$, mentre nei gas perfetti vale la **relazione di Mayer**:

$$c_p - c_V = R$$

Variazioni del calore specifico con la temperatura

Il calore specifico varia da sostanza a sostanza e dipende dalla temperatura anche se, per intervalli di temperatura di qualche decina di gradi, lo si può supporre costante. Inoltre, per uno stesso materiale, il calore specifico cambia a seconda dello stato di aggregazione.

Mentre il calore specifico dell'acqua vale $c_{acqua} = 1 \text{ cal} \cdot g^{-1} \cdot °C^{-1}$, quello del ghiaccio è la metà: $c_{ghiaccio} = 0{,}5 \text{ cal} \cdot g^{-1} \cdot °C^{-1}$.

7.2.1 | Equilibrio termico

Se due corpi di massa m_1 e m_2, calori specifici c_1 e c_2, alle temperature T_1 e T_2 con $T_1 > T_2$ vengono posti a contatto, si verifica un passaggio di calore dal corpo più caldo a quello più freddo, fino al raggiungimento di una temperatura di equilibrio T_e. La quantità di calore ceduta dal più caldo al più freddo è pari a:

$$\Delta Q = m_1 \cdot c_1 \cdot (T_1 - T_e)$$

D'altra parte il più freddo assorbe la quantità di calore:

$$\Delta Q = m_2 \cdot c_2 \cdot (T_e - T_2)$$

Poiché la quantità di calore ceduta dal primo viene totalmente assorbita dal secondo, si possono uguagliare le due relazioni:

$$m_1 \cdot c_1 \cdot (T_1 - T_e) = m_2 \cdot c_2 \cdot (T_e - T_2)$$

Conoscendo le condizioni iniziali, è possibile calcolare la temperatura di equilibrio.

Se due oggetti di diversa natura ($c_1 \neq c_2$) con temperature diverse vengono posti a contatto, la temperatura di equilibrio raggiunta dal sistema vale:

$$T_e = \frac{T_1 \cdot m_1 \cdot c_1 + T_2 \cdot m_2 \cdot c_2}{m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot c_2}$$

Se due oggetti della stessa natura ($c_1 = c_2$) con temperature diverse vengono posti a contatto, la temperatura di equilibrio raggiunta dal sistema si semplifica in:

$$T_e = \frac{T_1 \cdot m_1 + T_2 \cdot m_2}{m_1 + m_2}$$

In un termos sono contenuti 200 g di acqua alla temperatura di 20 °C; si aggiungono 500 g di acqua alla temperatura di 80 °C e si mescola. Qual è la temperatura finale T_e del miscuglio?

Si indichino con m_1 e T_1 la massa e la temperatura dell'acqua più calda e con m_2 e T_2 la massa e la temperatura dell'acqua più fredda. Applicando la formula:

$$T_e = \frac{T_1 \cdot m_1 + T_2 \cdot m_2}{m_1 + m_2} \quad \Rightarrow \quad T_e = \frac{80\ °\text{C} \cdot 500\ \text{g} + 20\ °\text{C} \cdot 200\ \text{g}}{200\ \text{g} + 500\ \text{g}} = 62{,}9\ °\text{C}$$

In un termos sono contenuti 200 g di acqua alla temperatura di 20 °C; si aggiungono 10 g di ghiaccio e si mescola. Qual è la temperatura finale T_e del miscuglio?

Prima di poter applicare la formula per la temperatura di equilibrio tra le due masse di acqua bisogna considerare il passaggio di stato da ghiaccio ad acqua.

Il calore necessario per trasformare la massa m_2 di ghiaccio in acqua è:

$$\Delta Q_f = \lambda_f \cdot m_2 = 79{,}7\ \frac{\text{cal}}{\text{g}} \cdot 10\ \text{g} = 797\ \text{cal}$$

Questo calore è sottratto alla massa m_1 di acqua inizialmente a 20°C, perciò, conoscendo il calore specifico c dell'acqua, la sua variazione di temperatura vale:

$$\Delta T = \frac{-\Delta Q_f}{m_1 \cdot c} = \frac{-797\ \text{cal}}{200\ \text{g} \cdot 1\ \text{cal}/(\text{g} \cdot °\text{C})} \approx -4\ °\text{C} \quad \Rightarrow \quad T_{\text{finale}} = T_{\text{iniziale}} + \Delta T = 16\ °\text{C}$$

A questo punto si può procedere come nell'esercizio precedente (la temperatura del ghiaccio alla fine della liquefazione è 0 °C, dato che durante un passaggio di stato $\Delta T = 0$):

$$T_e = \frac{T_f \cdot m_1 + T_2 \cdot m_2}{m_1 + m_2} \quad \Rightarrow \quad T_e = \frac{16\ °\text{C} \cdot 200\ \text{g} + 0\ °\text{C} \cdot 10\ \text{g}}{200\ \text{g} + 10\ \text{g}} = 15{,}23\ °\text{C}$$

7.3 | Sistema termodinamico e funzioni di stato

Un sistema termodinamico è costituito da una quantità fissata di un fluido omogeneo (tipicamente un gas): lo **stato termodinamico** del sistema è uno stato di equilibrio determinato dai valori delle grandezze *pressione, volume* e *temperatura*, dette anche funzioni di stato.

Un sistema termodinamico può essere:
isolato: non scambia né materia né energia con l'ambiente;
chiuso: scambia energia ma non materia con l'ambiente;
aperto: scambia materia ed energia con l'ambiente.

Se in un sistema non avviene nessun cambiamento (cioè se pressione, temperatura, volume, composizione chimica ecc. rimangono costanti) esso si dice in **equilibrio termodinamico**.

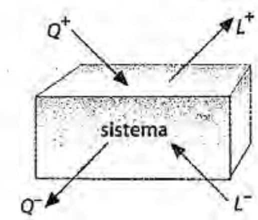
I valori delle *funzioni di stato* sono indipendenti dal modo in cui lo stato stesso viene raggiunto: le funzioni di stato non hanno memoria del cammino seguito dal sistema per giungere a tale stato.

7.3.1 | Trasformazioni termodinamiche

Un sistema termodinamico subisce una *trasformazione termodinamica* quando scambia calore e/o lavoro con l'ambiente che lo circonda.

Quando un gas è mantenuto all'interno di un cilindro tramite un pistone, se il pistone è bloccato il gas occupa un *volume costante*, mentre se il pistone è libero è la *pressione* del gas che rimane *costante*. In quest'ultimo caso il sistema è in equilibrio se la pressione esercitata dal gas sul pistone è uguale alla pressione esterna *P*.

Nelle trasformazioni il sistema scambia calore e lavoro con l'ambiente esterno. Si rende necessario fissare per convenzione un segno da dare a queste due grandezze.



- **Calore**: si assume positivo se acquistato dal sistema e negativo se ceduto dal sistema all'ambiente.
- **Lavoro**: si assume negativo se acquistato dal sistema e positivo se ceduto dal sistema all'ambiente.

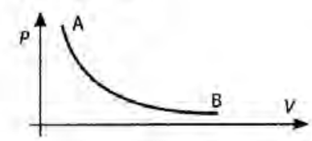
7.3.2 | Rappresentazione nel piano *PV*

Le trasformazioni vengono disegnate su un sistema di assi cartesiani, nelle due variabili pressione e volume: si tratta del **piano PV** o **piano di Clapeyron**.

Ogni punto di tale piano rappresenta uno stato termodinamico del sistema. Le trasformazioni sono rappresentate da curve che uniscono i punti toccati dal sistema durante la trasformazione.

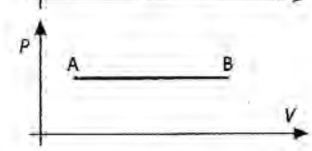
- Trasformazioni **isoterme**: avvengono a temperatura costante; nel piano *PV* sono rappresentate da iperboli equilatere.

$$P \cdot V = \text{costante}$$



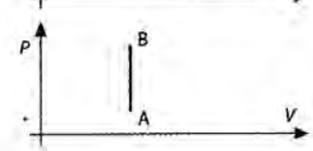
- Trasformazioni **isobare**: avvengono a pressione costante; nel piano *PV* sono rappresentate da rette orizzontali.

$$P = \text{costante}$$

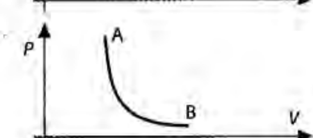


- Trasformazioni **isocore**: avvengono a volume costante; nel piano *PV* sono rappresentate da rette verticali.

$$V = \text{costante}$$



- Trasformazioni **adiabatiche**: avvengono senza scambio di calore con l'ambiente; nel piano *PV* sono rappresentate da curve simili alle isoterme, ma più "ripide".



PARTE SESTA

7.4 | Primo principio della termodinamica

Il principio di conservazione dell'energia meccanica può essere esteso considerando anche l'energia termica: si arriva così a formulare il primo principio della termodinamica il quale afferma che **l'energia, in natura, non si crea e non si distrugge ma può solo trasformarsi da una forma a un'altra** (per esempio da elettrica a meccanica o da meccanica a termica).

In particolare, il lavoro fatto o subito da un sistema e il calore assorbito o ceduto si trasformano l'uno nell'altro, o al più contribuiscono al cambiamento dell'**energia interna** del sistema.

Per energia interna di un gas si intende la somma dell'energia cinetica e potenziale delle singole molecole che lo compongono.

Tenendo conto delle convenzioni sui segni di calore e lavoro, il primo principio della termodinamica si esprime simbolicamente attraverso la relazione:

$$\Delta U = Q - L$$

dove:
- U è l'energia interna del sistema; è una funzione di stato;
- Q è il **calore** che il sistema assorbe dall'ambiente; **non** è una funzione di stato;
- L è il **lavoro** che il sistema cede all'ambiente; **non** è una funzione di stato.

Nei gas perfetti l'energia interna dipende esclusivamente dalla temperatura del gas.

Il *lavoro compiuto da un gas* in una trasformazione a *pressione costante* è uguale al prodotto tra la pressione e la variazione di volume del gas:

$$L = P \cdot \Delta V \quad \text{(isobara)}$$

Se la pressione non è costante, la trasformazione deve essere suddivisa in più trasformazioni nelle quali il valore di P possa essere considerato costante. Il lavoro totale si ottiene come somma dei lavori compiuti nelle singole trasformazioni.

In generale, per un gas inteso come sistema termodinamico, vale il primo principio della termodinamica nella sua forma $\Delta U = Q - L$. A seconda del tipo di trasformazione, tale relazione può assumere espressioni più comode da usare per la risoluzione dei test.

- Trasformazione **isoterma**: lo stato energetico di un gas è determinato esclusivamente dalla sua temperatura. Se la temperatura è costante lo è anche l'energia interna del gas e si ha:

$$\Delta U = 0 \quad \Rightarrow \quad Q = L$$

- Trasformazione **adiabatica**:

$$Q = 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta U + L = 0$$

- Trasformazione **isocora**:

$$\Delta V = 0; \quad L = P \cdot \Delta V = 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta U = Q$$

- Trasformazione **adiabatica** ($Q = 0$) e **senza lavoro** ($L = 0$):

$$Q = L = 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta U = 0$$

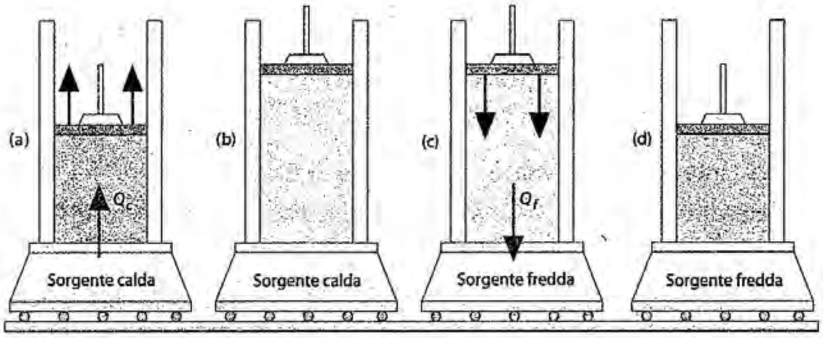
7.4.1 | Rendimento di una macchina termica

Una macchina termica è un dispositivo in grado di trasformare energia termica in energia meccanica o viceversa. Affinché la produzione di energia meccanica sia continua, la trasformazione della macchina deve essere **ciclica**. Il ciclo avviene tra due sorgenti di calore alle temperature T_f (termostato freddo) e T_c (termostato caldo): indicando rispettivamente con Q_f e Q_c i valori assoluti del calore ceduto dal sistema alla sorgente fredda e del calore ceduto dalla sorgente calda al sistema è possibile definire il rendimento.

Si definisce **rendimento** η di una macchina termica ciclica il rapporto fra il lavoro L prodotto dalla macchina e il calore Q assorbito. Vale:

$$\eta = \frac{L}{Q} = \frac{Q_c - Q_f}{Q_c} = 1 - \frac{Q_f}{Q_c}$$

In figura è illustrata una macchina termica che lavora tra due termostati. In (a) il gas assorbe una quantità di calore Q_c dalla sorgente calda e l'aumento di temperatura provoca un aumento di volume con la conseguente produzione di lavoro verso l'esterno. Se la pressione esercitata dal pistone sul gas è P e la variazione di volume del gas che si scalda e si dilata è ΔV, il lavoro compiuto verso l'esterno vale $L = P \cdot \Delta V$.



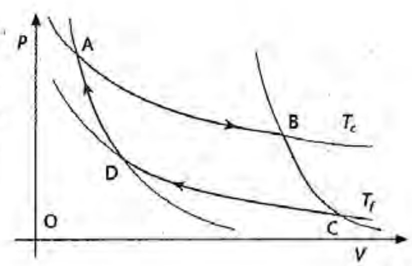
Non tutto il calore assorbito nella fase (a) può essere trasformato in lavoro: una parte di esso (Q_f) deve infatti essere restituito a una sorgente fredda, per ripristinare le condizioni iniziali e chiudere il ciclo. Il lavoro totale fatto dal sistema è pari alla differenza di calore prelevato dalla sorgente calda e quello restituito alla sorgente fredda.

Poiché $Q_f \leq Q_c$ il lavoro è sempre positivo e **il rendimento di un ciclo è sempre positivo** e minore o uguale a uno.

Il *massimo valore del rendimento* di una macchina si ottiene quando il calore assorbito si trasforma integralmente in lavoro, ma per il secondo principio della termodinamica (§ 7.5) questo non è possibile.

7.4.2 | Ciclo di Carnot

Il massimo rendimento che una macchina termica ideale può raggiungere è quello che si ottiene con il *ciclo di Carnot* rappresentato in figura: è un ciclo costituito da due trasformazioni isoterme (A → B e C → D) e due trasformazioni adiabatiche (B → C e D → A). Il lavoro prodotto in ciascun ciclo compiuto dalla macchina termica è numericamente uguale all'area della figura chiusa ABCD.



Per il ciclo di Carnot si ha:

$$\frac{T_f}{T_c} = \frac{Q_f}{Q_c} \quad \Rightarrow \quad \eta = 1 - \frac{Q_f}{Q_c} = 1 - \frac{T_f}{T_c}$$

dove **la temperatura è espressa in kelvin!**

Quindi il rendimento di una macchina termica che segue il ciclo di Carnot dipende solo dalle temperature dei due termostati.

La temperatura in kelvin è sempre maggiore di zero, quindi **il rendimento di una macchina termica è sempre minore di uno.**

Il frigorifero è un esempio di macchina termica ciclica che segue un ciclo di Carnot con senso di percorrenza opposto: prende calore dalla sorgente fredda (l'interno del frigo) e lo cede alla sorgente calda (ambiente esterno), trasformando energia meccanica in calore.

Una macchina termica che esegue un ciclo di Carnot ha un rendimento del 20%. Il termostato freddo è alla temperatura di 27°C. Quanto vale la temperatura del termostato caldo?

Si inverte la formula per il rendimento di un ciclo di Carnot, avendo cura di esprimere la temperatura data in kelvin:

$$\eta = 1 - \frac{T_f}{T_c} \Rightarrow T_c = \frac{T_f}{1-\eta} = \frac{(27+273)\ \text{K}}{1-0{,}2} = 375\ \text{K}$$

Riportando la temperatura in centigradi:

$$T_c = (375 - 273)\ °\text{C} = 102\ °\text{C}$$

7.4.3 | Trasformazioni reversibili e irreversibili

Affinché una trasformazione sia **reversibile** devono verificarsi le condizioni seguenti:

- le cause che provocano la trasformazione sono di entità infinitamente piccola;
- la trasformazione può essere vista come una successione di stati di equilibrio del sistema nei quali le funzioni di stato sono definite;
- la trasformazione può avvenire in entrambi i versi (la caduta di un grave, per esempio, non è una trasformazione reversibile: il grave non può ritornare spontaneamente alla quota iniziale).

Se in una trasformazione sono presenti attriti, la trasformazione non è reversibile; poiché le trasformazioni reali avvengono sempre in presenza di attriti, esse sono sempre **irreversibili**.

Il ciclo di Carnot è un ciclo reversibile e quindi teorico. Ogni macchina termica reale che segue il ciclo di Carnot ha un rendimento inferiore a quello ideale.

7.4.4 | Entropia e moto perpetuo

Si tratta di un concetto che in natura riveste grande importanza coinvolgendo molte branche della scienza. Una trattazione esauriente esula dallo scopo di questo testo: ci si limita quindi a un accenno. L'entropia, indicata di solito con S, è una *funzione di stato* che ammette due definizioni.

Entropia termica

La variazione di entropia di un sistema che subisce una trasformazione isoterma *reversibile* dallo stato A allo stato B è uguale al rapporto fra il calore scambiato con l'esterno e la temperatura T del sistema. A seconda che la trasformazione sia reversibile o irreversibile si ha:

$$\Delta S = S_B - S_A = \frac{\Delta Q_{rev}}{T} \quad \text{oppure} \quad \Delta S = S_B - S_A > \frac{\Delta Q_{irr}}{T}$$

In natura tutte le trasformazioni sono irreversibili e l'entropia aumenta sempre. **L'evoluzione di un sistema isolato è spontanea quando avviene con un aumento di entropia.**

Entropia configurazionale

L'entropia S di un sistema è una misura del disordine in cui il sistema si trova:

$$S = k \cdot \ln W$$

dove W è la *probabilità* associata alla configurazione termodinamica del sistema.

Se il disordine del sistema aumenta, aumenta W e poiché la funzione logaritmo è sempre crescente, aumenta di conseguenza anche l'entropia S del sistema.

Si immagini di scuotere una scatola trasparente contenente palline rosse e nere, inizialmente disposte in modo ordinato (per esempio le palline nere sotto e le rosse sopra). È estremamente improbabile che la configurazione iniziale si ripresenti; al contrario ciò che si osserva è una distribuzione delle palline via via più disordinata (o equivalentemente sempre più probabile) alla quale è associato un valore di entropia che cresce nel tempo.

In natura i sistemi evolvono spontaneamente verso stati a cui corrisponde una configurazione più probabile, di maggior disordine, di maggior contenuto entropico.

7.5 | Secondo principio della termodinamica

Il primo principio della termodinamica consiste in una legge di conservazione dell'energia totale (meccanica e termica): per compiere lavoro meccanico una macchina deve prendere almeno altrettanto calore dall'ambiente. Viene in questo modo negata la possibilità di un **moto perpetuo di prima specie**, cioè la produzione di lavoro senza assorbimento di energia dall'esterno.

Il primo principio non è però in disaccordo con il fatto che una macchina termica possa sfruttare in maniera ciclica il calore, per esempio del mare, per produrre lavoro in modo continuo. Si tratterebbe del **moto perpetuo di seconda specie**, in cui il calore viene integralmente trasformato in lavoro. Si può dimostrare che per produrre lavoro in modo continuo non è sufficiente lavorare con un'unica sorgente di calore, ma è necessario averne due a temperature differenti; l'effetto di questo vincolo è che solo parte del calore ceduto dalla sorgente calda può essere trasformato in lavoro. Questo è quanto affermano la teoria dell'entropia e il secondo principio della termodinamica.

Il secondo principio può essere enunciato in tre modi tra loro equivalenti.

Enunciato secondo Kelvin

È impossibile far compiere a una macchina termica una trasformazione il cui **unico risultato** sia quello di trasformare **integralmente** in lavoro il calore assorbito da una sola sorgente. Dunque $\eta < 1$ (il primo principio vieta solo che il rendimento sia maggiore di 1).

Enunciato secondo Clausius

Il calore passa **spontaneamente** dai corpi caldi ai corpi freddi e non viceversa.

Terzo enunciato

In un *sistema isolato* ogni trasformazione **spontanea** (irreversibile) comporta un **aumento** di entropia.

PARTE SESTA

8 | Onde

Se si perturba un punto di un mezzo esteso (per esempio lanciando un sasso in uno specchio d'acqua), la perturbazione si estende ai punti circostanti: si tratta di un *fenomeno ondulatorio*.

Un'onda è un'oscillazione che si propaga nello spazio trasportando energia, ma non materia.

Appoggiando un tappo di sughero su uno specchio d'acqua e provocando un'onda, si nota che il tappo oscilla verticalmente, ma non ha spostamenti orizzontali: la materia non viene trasportata dall'onda.

8.1 | Classificazione delle onde esistenti in natura

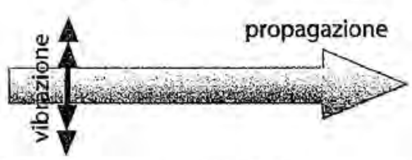
Le onde si distinguono in:

- **onde meccaniche**: il meccanismo della loro propagazione ha origine dalle proprietà elastiche del mezzo in cui si trasmettono; **hanno bisogno di un mezzo nel quale propagarsi**; non si propagano nel vuoto (le onde acustiche sono un esempio di onde meccaniche);
- **onde elettromagnetiche**: il meccanismo della loro propagazione ha origine dalle proprietà dei campi elettrici e magnetici; **non** hanno bisogno di un mezzo nel quale propagarsi; si propagano anche nel vuoto (si pensi alla luce del Sole che giunge fino a noi attraversando 150.000.000 di chilometri di spazio pressoché vuoto).

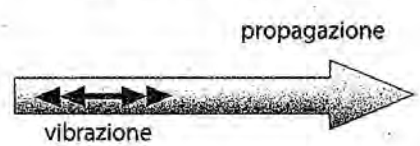
Le onde si dividono anche in trasversali e longitudinali:

- **onde trasversali**: la direzione di vibrazione è perpendicolare alla direzione di propagazione dell'onda;
- **onde longitudinali**: la direzione di vibrazione è parallela alla direzione di propagazione dell'onda.

Onde trasversali



Onde longitudinali



Le onde sull'acqua e la luce sono onde di tipo trasversale.

Il suono è un fenomeno ondulatorio costituito da onde longitudinali.

Le *onde meccaniche* possono propagarsi indifferentemente nei solidi, nei liquidi e negli aeriformi. In particolare si ha:

- nei solidi si propagano sia onde meccaniche longitudinali che trasversali;
- nei gas e all'interno dei liquidi si propagano solo onde meccaniche longitudinali;
- sulla superficie dei liquidi si propagano solo onde meccaniche trasversali.

Mentre le onde meccaniche necessitano di un mezzo per propagarsi, le onde elettromagnetiche viaggiano indifferentemente nel vuoto e nella materia: la luce, per esempio, si propaga anche nei liquidi e, in misura minore, nei solidi.

FISICA

8.2 | Caratteristiche di un'onda

Periodo *T*

Tempo necessario a compiere un'oscillazione completa (si misura in secondi).

Lunghezza d'onda λ

Distanza percorsa dall'onda in un periodo (si misura in metri).

Frequenza ν

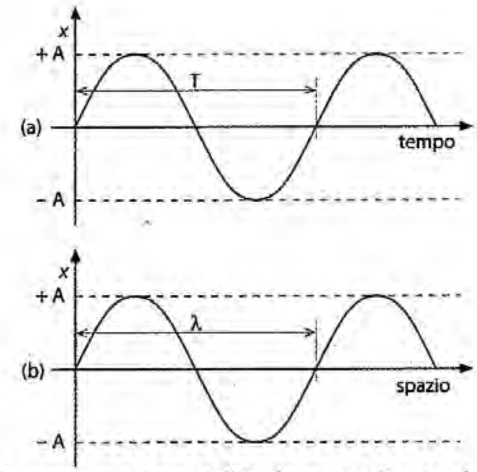
Numero di oscillazioni al secondo (si misura in hertz).

Velocità v

È la velocità con cui si propaga l'energia trasportata dall'onda (si misura in m/s).

Ampiezza *A*

Per le onde meccaniche corrisponde al massimo spostamento di una particella dalla sua posizione di equilibrio.



Rappresentazione dell'andamento di un'onda sinusoidale nel tempo (a) e nello spazio (b).

La figura (a) rappresenta l'oscillazione di un punto *x* al variare del tempo, mentre la figura (b) è un'immagine del profilo dell'onda in un istante *t* fissato.

In entrambi i casi il risultato è una sinusoide, data la natura oscillatoria del fenomeno.

Il periodo e la frequenza di un'onda esprimono proprietà intrinseche dell'onda mentre la lunghezza d'onda, la velocità e l'ampiezza dipendono dal mezzo nel quale l'onda si propaga.

Valgono le seguenti relazioni notevoli:

$$\left.\begin{array}{l} T = 1/\nu \\ v = \lambda/T \end{array}\right\} \Rightarrow v = \nu \cdot \lambda$$

La lunghezza d'onda delle onde elettromagnetiche viene spesso misurata in **angstrom** (simbolo: Å) dove $1\ \text{Å} = 10^{-10}\ \text{m}$.

Una corda orizzontale vincolata negli estremi viene fatta vibrare. A metà della corda è legato un fiocchetto rosa, che oscilla intorno alla posizione di equilibrio con una frequenza di 2 Hz.

Quanto vale la velocità di propagazione della vibrazione lungo la corda se la distanza orizzontale tra un massimo e un minimo successivi è 2 m?

La frequenza è legata al periodo dalla relazione:

$$T = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{2\ \text{Hz}} = 0{,}5\ \text{s}$$

La distanza tra un massimo e un minimo successivi è metà della lunghezza d'onda (che invece è la distanza tra due massimi successivi o, analogamente, due minimi successivi), per cui $\lambda = 4\ \text{m}$. Si trova quindi che la velocità di propagazione vale:

$$v = \frac{\lambda}{T} = 8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Si calcoli la frequenza di un'onda avente una lunghezza d'onda pari a 6000 Å e una velocità pari a quella della luce, c = 300.000 km/s.

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{300.000\ \text{km/s}}{6000 \cdot 10^{-13}\ \text{km}} = 50 \cdot 10^{13}\ \text{Hz}$$

PARTE SESTA

8.2.1 | Fase di un'onda

L'oscillazione regolare di un punto x intorno a una posizione di equilibrio costituisce un moto armonico. Un'onda può essere quindi studiata come moto armonico di un punto la cui distanza dalla posizione di equilibrio è detta *elongazione*.

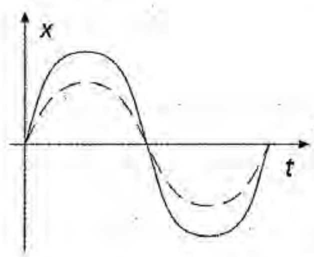
Come si è visto (§ 3.11.2) la legge oraria che il punto segue nella sua oscillazione è del tipo:

$$x(t) = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \varphi)$$

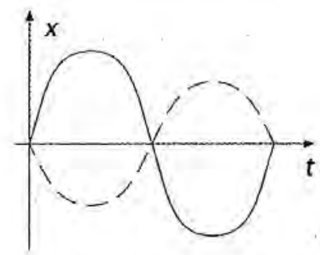
dove:

- A è l'ampiezza dell'onda, ed è il massimo valore dell'elongazione;
- ω è la pulsazione: $\omega = 2\pi/T = 2\pi\nu$
- $(\omega \cdot t + \varphi)$ è detta **fase** dell'onda e φ è la **fase iniziale**.

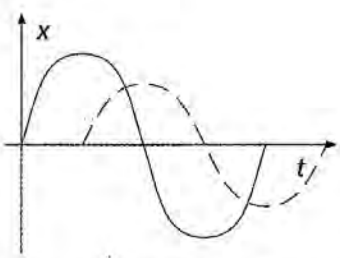
Due onde possono avere stessa frequenza, lunghezza d'onda e velocità, ma avere fase diversa, come illustrato nelle figure seguenti.



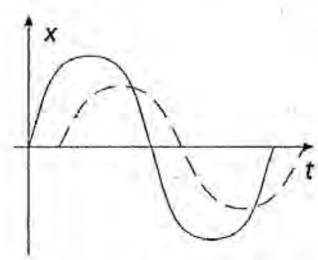
Onde in concordanza di fase: quando l'elongazione della prima è massima lo è anche quella della seconda.



Onde in opposizione di fase: quando l'elongazione della prima onda è massima, quella della seconda è minima.



Onde in quadratura di fase: la seconda è in ritardo rispetto alla prima di un quarto di periodo, per cui quando l'elongazione della prima ha un massimo, quella della seconda è nulla.



Onde sfasate in maniera casuale: la prima onda è in anticipo di fase rispetto alla seconda, che viene di conseguenza detta in ritardo di fase.

8.2.2 | Fronti d'onda

Il **fronte d'onda** è la superficie ipotetica formata da tutti i punti che, a un dato istante, hanno lo stesso valore di fase.

Per le onde nel piano (bidimensionali) il fronte d'onda è una linea e non una superficie (le circonferenze delle onde sull'acqua sono fronti d'onda), mentre per le onde nello spazio (tridimensionali) il fronte d'onda è una superficie.

Il fronte d'onda è in ogni punto **perpendicolare** alla direzione di propagazione dell'onda.

In un fronte d'onda, i punti oscillanti si trovano alla stessa distanza dalla sorgente, spostati in maniera uguale dai rispettivi centri di oscillazione, ed hanno stessa velocità e stessa accelerazione. I fronti d'onda vengono anche detti **superfici d'onda**. In base alla forma dei fronti d'onda si può fare un'ulteriore classificazione delle onde in onde lineari (monodimensionali), piane e circolari (bidimensionali), sferiche (tridimensionali).

FISICA

8.2.3 | Intensità di un'onda

Si è già detto che un'onda trasporta energia; l'*intensità di un'onda* è la quantità di energia che, nell'unità di tempo, attraversa l'unità di superficie disposta perpendicolarmente alla direzione di propagazione (si misura in watt/m^2). L'energia e quindi l'intensità di un'onda sono proporzionali al quadrato dell'ampiezza e al quadrato della frequenza ($I = k \cdot \nu^2 \cdot A^2$).

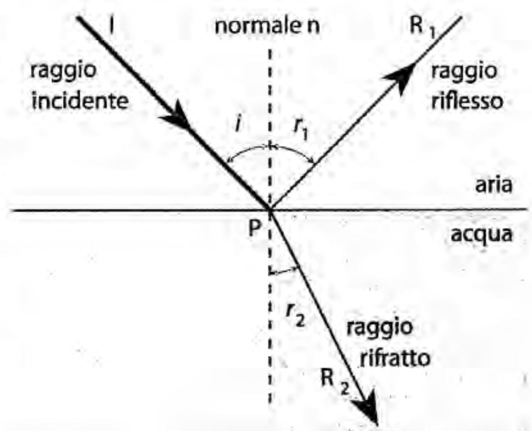
Se r_1 e r_2 sono le distanze di due punti dalla sorgente dell'onda e I_1 e I_2 sono le rispettive intensità dell'onda nei due punti, valgono le seguenti relazioni:

per le onde lineari e piane $I_1 = I_2$ →	l'intensità di un'onda lineare e di un'onda piana è costante.
per le onde circolari $I_1/I_2 = r_2/r_1$ →	l'intensità di un'onda circolare è inversamente proporzionale alla distanza.
per le onde sferiche $I_1/I_2 = r_2^2/r_1^2$ →	l'intensità di un'onda sferica è inversamente proporzionale al quadrato della distanza.

8.3 | Fenomeni tipicamente ondulatori

8.3.1 | Riflessione e rifrazione

Quando un'onda incontra, sul suo cammino, una superficie di separazione tra due mezzi di densità diversa, il raggio viene parzialmente riflesso e parzialmente rifratto da tale superficie. In figura sono rappresentati i fenomeni della riflessione e della rifrazione di un raggio di luce nel passaggio aria-acqua.



Leggi della riflessione

- Il raggio incidente I, il raggio riflesso R_1 e la normale n giacciono sullo stesso piano.
- L'angolo di incidenza è uguale all'angolo di riflessione: $i = r_1$.

Se $i = 0$, il raggio incidente si riflette su se stesso.

Leggi della rifrazione

Quando un'onda passa da un mezzo di densità ρ_1 a un mezzo di densità ρ_2 la sua direzione di propagazione cambia: si allontana o si avvicina alla normale alla superficie di separazione tra i due mezzi a seconda che ρ_1 sia maggiore o minore di ρ_2. Insieme alla direzione di propagazione cambia anche la velocità di propagazione dell'onda nei due mezzi. Il fenomeno descritto prende il nome di *rifrazione*. Nella figura precedente, è riportata la rifrazione di un raggio di luce nel passaggio aria-acqua. Il raggio che si propaga nel nuovo mezzo (acqua) si avvicina alla normale della superficie di separazione dei due mezzi. L'angolo di incidenza i è maggiore dell'angolo di rifrazione r_2.

Valgono le leggi:

- il raggio incidente, il raggio rifratto e la normale n sono complanari;
- $\dfrac{\text{sen}\, i}{\text{sen}\, r_2} = \text{costante} = n_{1,2}$, dove $n_{1,2} = n_2/n_1$ è detto *indice di rifrazione relativo* del mezzo 2 rispetto al mezzo 1, mentre n_1 e n_2 sono gli *indici di rifrazione assoluti* dei mezzi 1 e 2. Il vuoto ha indice di rifrazione $n = 1$.

Indicando con v_1 e v_2 le velocità dell'onda nei mezzi 1 e 2, si dimostra che:

$$n_{1,2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{\text{sen}\, i}{\text{sen}\, r_2}$$

Quanto vale la velocità della luce in un mezzo con indice di rifrazione 1,5?
Dati due mezzi 1 e 2 aventi indici di rifrazione assoluti n_1 e n_2, detta v_1 la velocità della luce nel mezzo 1 e v_2 la velocità della luce nel mezzo 2, secondo le leggi della rifrazione si ha:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

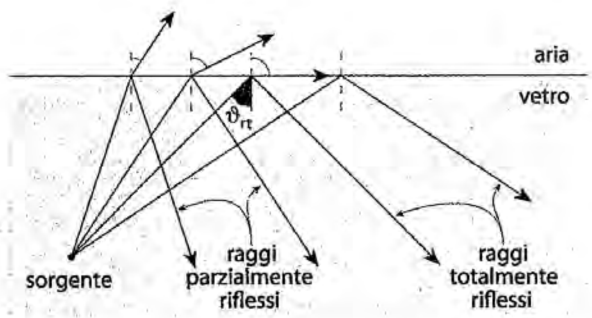
Prendendo come mezzo 1 il vuoto (che ha indice di rifrazione 1) e come mezzo 2 quello con indice di rifrazione 1,5, è possibile calcolare v_2:

$$\frac{c}{v_2} = \frac{n_2}{1} \quad \Rightarrow \quad v_2 = \frac{c}{n_2} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1{,}5} = 2 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

La velocità della luce diminuisce all'aumentare dell'indice di rifrazione del mezzo in cui si propaga.
Se un'onda passa da un mezzo dove si muove più velocemente a un altro dove si muove meno velocemente, l'angolo di incidenza è più grande di quello di rifrazione e il raggio si avvicina alla normale alla superficie.

8.3.2 | Riflessione totale

Quando un raggio luminoso passa da un mezzo più denso a uno meno denso, la velocità aumenta e il raggio rifratto si allontana dalla normale alla superficie di separazione dei due mezzi: se l'angolo di incidenza aumenta, aumenta anche l'angolo di rifrazione.



Esiste un *angolo di riflessione totale* ϑ_{rt} oltre al quale il raggio viene totalmente riflesso.

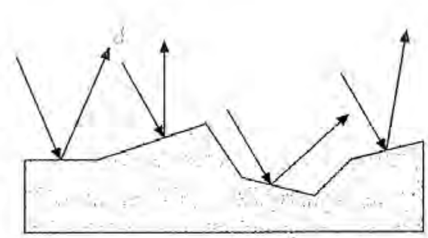
Per tale angolo vale $\text{sen}\vartheta_{rt} = n_2/n_1$, dove n_1 e n_2 sono rispettivamente l'indice di rifrazione del primo e del secondo mezzo.

Si calcoli l'angolo di riflessione totale nel passaggio vetro-aria, sapendo che l'indice di rifrazione del vetro vale circa 1,5.

$$\text{sen}\vartheta_{rt} = n_2/n_1 = 1/1{,}5 \quad \Rightarrow \quad \vartheta_{rt} = 41{,}81°$$

8.3.3 | Diffusione

Se il raggio incidente colpisce una superficie non ben levigata, viene riflesso in direzioni differenti a seconda dell'inclinazione della parte di superficie colpita.
Se con una torcia si illumina una parete, il raggio riflesso non *rimbalza* sulla parete formando un angolo di riflessione uguale a quello di incidenza, ma viene diffuso in tutte le direzioni, illuminando tutta la stanza.

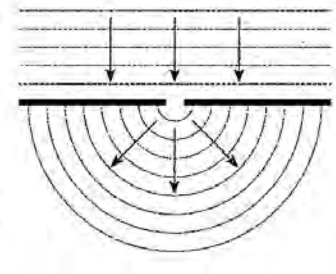


FISICA

8.3.4 | Diffrazione

Le onde possono anche presentare delle deviazioni della direzione di propagazione, dette fenomeni di diffrazione. Il fenomeno è particolarmente evidente quando l'onda incontra un ostacolo o una fenditura le cui dimensioni sono confrontabili con quelle della lunghezza d'onda.

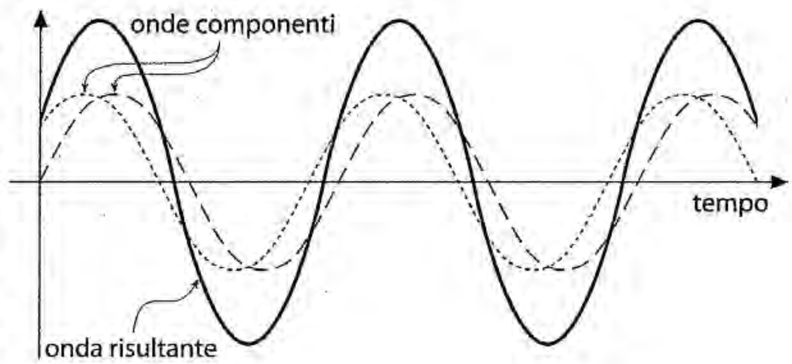
Quando un'onda incontra un ostacolo sul suo cammino, il fronte dell'onda si deforma in modo tale da aggirare l'ostacolo. Se l'onda colpisce una fenditura (si veda la figura), la fenditura si comporta come una sorgente puntiforme da cui si originano onde nuove (**principio di Huygens-Fresnel**).

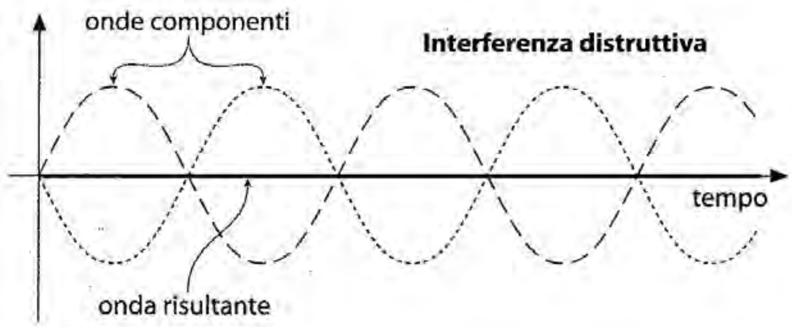


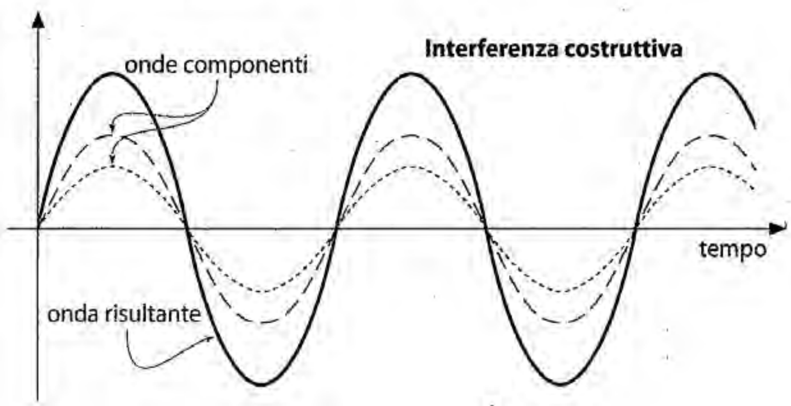
8.3.5 | Interferenza

Si considerino due onde che si propagano in un mezzo con uguale frequenza e relazione di fase costante (onde generate da sorgenti coerenti). L'elongazione di un punto del mezzo dove le onde si sovrappongono è data dalla somma delle elongazioni dovute alle singole onde.

Tale fenomeno prende il nome di *interferenza*: si parla di interferenza costruttiva o distruttiva a seconda che le onde siano in concordanza o in opposizione di fase.







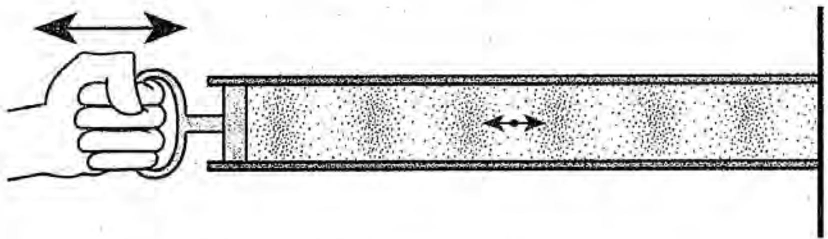
Onde stazionarie

Sono onde che si originano dalla sovrapposizione di due onde di uguale ampiezza che si propagano in direzioni opposte; sono caratterizzate dalla presenza di punti fissi detti *nodi*.

Per esempio, nell'acqua si possono osservare in prossimità di una parete verticale sulla quale le onde si riflettono: si ha infatti sovrapposizione tra l'onda incidente e l'onda riflessa.

8.4 | Onde sonore

Il suono è un'onda meccanica che ha bisogno di un mezzo nel quale propagarsi. Nei fluidi è un'*onda elastica longitudinale* costituita da una serie di strati in cui il fluido è alternativamente compresso e rarefatto (come rappresentato in figura); nei *solidi* è costituito da onde *trasversali* e *longitudinali*.



Le onde acustiche sono onde meccaniche: non si propagano nel vuoto.

Perché un'onda acustica sia *udibile* bisogna che la sua frequenza ν soddisfi la condizione 16 Hz < ν < 20.000 Hz. Se ν < 16 Hz si parla di *infrasuoni*; se ν > 20.000 Hz si parla di *ultrasuoni*.

Quando viene prodotto un suono, le molecole di materia prossime alla sorgente cominciano a vibrare; la vibrazione viene trasmessa alle molecole vicine, poi da queste alle successive e così via.

La velocità con cui la vibrazione si propaga è diversa a seconda del mezzo: nell'aria secca vale 331,4 m/s; nell'aria in condizioni ambientali ordinarie vale 340 m/s; nei liquidi è maggiore (1450 m/s nell'acqua); nei solidi è ancora più alta (5130 m/s nel ferro).

Se un suono si propaga in un certo mezzo con una velocità di 500 m/s e ha una frequenza di 100 Hz, la sua lunghezza d'onda vale:

La relazione che esprime la lunghezza d'onda λ in funzione della velocità v e della frequenza ν è la seguente:

$$\lambda = v/\nu$$

per cui, utilizzando i dati forniti, si ricava:

$$\lambda = \frac{500}{100}\frac{\text{m/s}}{\text{Hz}} = 5\ \text{m}$$

8.4.1 | Caratteri distintivi del suono

- **Altezza:** un suono si dice alto (*acuto*) o basso (*grave*) a seconda che la sua frequenza sia elevata o bassa. Il suono più grave percepibile dall'orecchio umano ha una frequenza di 16 Hz.
- **Intensità:** è l'energia trasportata dall'onda nell'unità di tempo per unità di superficie. Poiché l'intensità di un'onda sferica è inversamente proporzionale al quadrato della distanza (§ 8.2.3), un suono è sempre più debole man mano che ci si allontana dalla sorgente.

  L'*intensità del suono* si misura in watt/m^2. L'*intensità di sensazione sonora* si misura invece in bel: due suoni differiscono di un bel quando l'uno è dieci volte più intenso dell'altro. Di solito si preferisce usare un sottomultiplo del bel pari a 1/10 bel = decibel (dB).
  - Soglia dell'udibile: minima intensità sonora percepibile dall'uomo = 0 dB.
  - Soglia del dolore: massima intensità sonora tollerata dall'uomo ≈ 120 dB.
- **Timbro:** è legato alla forma dell'onda. Due strumenti musicali differenti possono eseguire la medesima nota con la stessa frequenza e intensità: ciò che rende i due suoni diversi è il loro timbro.
- **Suono e rumore:** mentre i suoni sono onde acustiche *periodiche*, **i rumori mancano di periodicità**. Se la risultante di più suoni non ha un carattere periodico, si ha solo rumore.

FISICA

8.4.2 | Il fenomeno dell'eco

Quando un'onda sonora urta contro una parete viene riflessa e torna verso la sorgente. Può accadere che un ascoltatore posto in prossimità della sorgente senta l'onda sonora come se provenisse dal punto dove si è avuta la riflessione. Questo effetto è detto eco.

Affinché si abbia eco, il suono originale e il suono riflesso devono pervenire all'ascoltatore con un intervallo di almeno un decimo di secondo (altrimenti si parla di *rimbombo*). È inoltre necessario che l'intensità dell'onda sonora diminuisca poco durante il tragitto di andata e ritorno, il che si realizza quando l'assorbimento a cui va incontro è minimo. Per questo il fenomeno dell'eco è evidente in luoghi spaziosi e vuoti, come in montagna, dove i pendii fungono da superfici riflettenti.

Si calcoli la distanza minima dalla parete riflettente a cui è necessario porsi per udire il fenomeno dell'eco.

Indicando con d la distanza tra la sorgente del suono e la parete riflettente, per tornare alla sorgente l'onda copre una distanza pari a $2d$. Sapendo che nell'aria il suono viaggia a una velocità di circa 340 m/s, il tempo impiegato per percorrere l'intero tragitto è pari a:

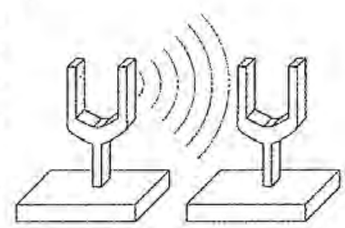
$$t = 2d/v$$

Uguagliando tale tempo al tempo minimo per distinguere i due suoni, che è pari a 0,1 s, si ricava la distanza d minima perché si abbia eco:

$$2d = v \cdot t \quad \Rightarrow \quad d = \frac{v \cdot t}{2} = \frac{340\ \text{m/s} \cdot 0{,}1\ \text{s}}{2} = 17\ \text{m}$$

8.4.3 | Risonanza

Il diapason è uno strumento costituito da una barretta d'acciaio piegata a U, sostenuta da un manico. La sua particolarità è la capacità di emettere un'onda sonora avente un'unica frequenza. Si prendano ora due diapason uguali e si faccia vibrare uno solo dei due. Dopo pochi secondi, anche l'altro comincerà a vibrare emettendo lo stesso suono. Questo fenomeno prende il nome di *risonanza* ed è proprio non solo delle onde acustiche, ma di qualunque tipo di onda.

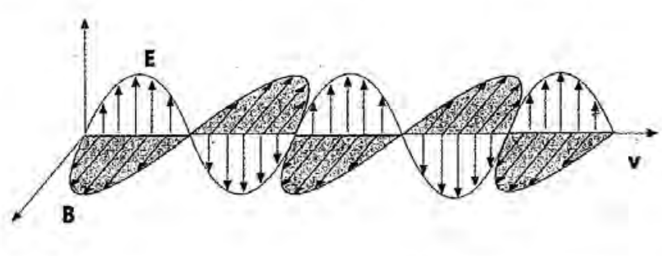


Un corpo in grado di emettere un'onda di una certa frequenza, cioè dotato di una propria frequenza di oscillazione, si mette a vibrare quando è colpito da un'onda avente proprio quella frequenza.

A causa del fenomeno della risonanza, alle truppe militari si comanda di rompere il passo della marcia quando passano sopra un ponte. Potrebbe infatti accadere che la frequenza propria di oscillazione del ponte sia uguale a quella del passo di marcia: in questo caso si assisterebbe a un'amplificazione dell'oscillazione del ponte e, nel caso peggiore, alla sua rottura.

8.5 | Onde elettromagnetiche

Le onde elettromagnetiche sono onde trasversali formate da un campo elettrico e un campo magnetico che si propagano vibrando perpendicolarmente tra loro e perpendicolarmente alla direzione di propagazione dell'onda.



Le onde elettromagnetiche sono onde trasversali che si propagano anche nel vuoto.
La loro velocità nel vuoto è una costante pari a $3 \cdot 10^8$ m/s = 300.000 km/s; viene indicata con la lettera c.

La luce visibile è un'onda elettromagnetica con lunghezza d'onda λ compresa fra 380 nm (violetto) e 760 nm (rosso). La natura ondulatoria della luce è in accordo con il fatto che presenta i fenomeni della riflessione (§ 8.3.1), della diffrazione (§ 8.3.4) e dell'interferenza (§ 8.3.5), tipici delle onde.

Uno dei risultati della fisica moderna è stato però quello di mostrare che la luce (e con essa tutte le onde elettromagnetiche) ha in realtà una *doppia natura: ondulatoria e corpuscolare.*

I corpuscoli costituenti la luce si chiamano *quanti di luce* o *fotoni*: **la loro energia è direttamente proporzionale alla frequenza** secondo la relazione seguente.

$$E = h \cdot \nu$$

dove h è detta costante di Planck. Quindi **con la luce si propaga energia.**

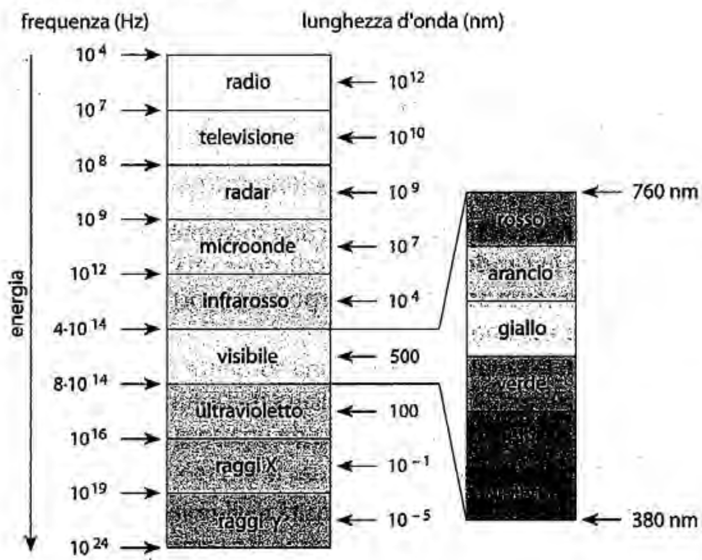
Un'onda elettromagnetica è tanto più energetica quanto maggiore è la sua frequenza.

I raggi infrarossi sono meno energetici della luce visibile, che a sua volta è meno energetica degli ultravioletti. Con l'aumentare dell'energia di un'onda elettromagnetica, aumenta anche la probabilità di subire dei danni da esposizione alla radiazione stessa.

8.5.1 | Classificazione delle onde elettromagnetiche

Lo schema a lato riporta una classificazione delle onde elettromagnetiche al variare della loro frequenza e quindi della loro lunghezza d'onda.

Si noti che le onde radio, l'ultravioletto, la luce visibile, gli infrarossi, le microonde e i raggi X sono tutte onde elettromagnetiche che differiscono per frequenza e lunghezza d'onda.



Facendo riferimento allo schema precedente, si verifichi a quale campo dello spettro elettromagnetico appartiene una radiazione che nel vuoto ha lunghezza d'onda pari a 1 cm.
Anzitutto si trasforma la lunghezza d'onda data in nanometri:

$$1 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ m} = 10^{-2} \cdot 10^9 \text{ nm} = 10^7 \text{ nm}$$

La radiazione data appartiene al campo delle microonde.

8.5.2 | Dispersione

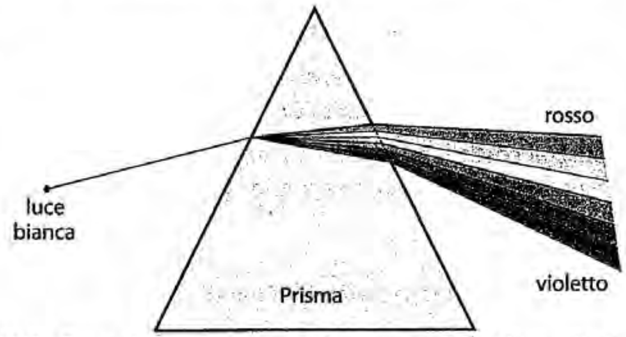
Le luce bianca del Sole è un insieme di onde elettromagnetiche aventi frequenze comprese tra $3{,}8 \cdot 10^{14}$ Hz e $7{,}6 \cdot 10^{14}$ Hz. A tale spettro di frequenze corrisponde uno spettro di colori che vanno dal rosso al violetto.

Il rosso ha frequenza minore, e quindi lunghezza d'onda maggiore, del violetto. Prima del rosso, non visibile dall'occhio umano, si ha l'infrarosso; dopo il violetto si ha l'ultravioletto.

Quando un'onda luminosa colpisce un corpo trasparente, subisce il fenomeno della rifrazione. L'indice di rifrazione varia però a seconda della frequenza dell'onda e quindi ogni colore subisce una diversa rifrazione.

Un fascio di luce bianca, quando subisce il fenomeno della rifrazione, si scompone nelle sue componenti monocromatiche. Il fenomeno descritto prende il nome di **dispersione della luce.**

Colore	Lunghezza d'onda (Å)
violetto	3800-4200
indaco	4200-4500
blu	4500-5000
verde	5000-5700
giallo	5700-5900
arancione	5900-6100
rosso	6100-7600



Nella figura è rappresentato il fenomeno della dispersione di un fascio di luce bianca che attraversa un prisma di vetro: la luce rossa è la meno deviata, mentre la luce violetta è quella che subisce la maggior deviazione.

Il fenomeno della dispersione è particolarmente evidente nel caso dell'arcobaleno, dove la luce bianca del Sole subisce la dispersione passando attraverso le goccioline d'acqua sospese nell'atmosfera.
Quando si forma un arcobaleno, se ne forma sempre uno gemello parallelo, con i colori invertiti rispetto al primo. Purtroppo quest'ultimo è di solito poco visibile, ma se si ha un buon campo visivo, si riesce spesso a intravederne almeno l'inizio o la fine.

8.5.3 | Intensità luminosa e intensità di illuminazione

Si definisce **intensità luminosa** I di una sorgente l'energia che questa emette in un secondo. Si misura in watt o anche in **candele** (simbolo: cd), dove una candela è 1/60 della radiazione emessa da 1 cm^2 di superficie totalmente assorbente (corpo nero) portato alla temperatura di fusione del platino (1769 °C) che si trova alla pressione di 1 Pa.
L'**intensità di illuminazione** E di una sorgente è invece l'energia che arriva in un secondo su un metro quadrato di superficie. L'unità di misura dell'intensità di illuminazione è il **lux** (simbolo: lx), definito come l'intensità di illuminazione prodotta da una sorgente di intensità luminosa di una candela su una superficie posta a 1 m di distanza.

Si può dimostrare che l'intensità di illuminazione è direttamente proporzionale all'intensità luminosa della sorgente e inversamente proporzionale al quadrato della distanza tra schermo e sorgente (legge di Lambert).

PARTE SESTA

9 | Elettrostatica

L'elettricità si manifesta attraverso interazioni fra corpi (attrazioni e repulsioni) quando su di essi sono presenti *cariche elettriche*. Le cariche elettriche sono di due tipi, chiamate convenzionalmente *positive* e *negative*.

Cariche di segno opposto si attraggono, cariche dello stesso segno si respingono.

I costituenti dell'atomo sono particelle cariche: l'*elettrone*, portatore di una carica negativa e il *protone*, portatore di una carica positiva.

Nel SI la carica non è considerata una grandezza fondamentale: la si ricava dall'intensità di corrente, misurata in ampere, definita nel § 10.1 insieme al concetto di corrente elettrica. Per ora basti sapere che l'unità di misura scelta per la carica elettrica si chiama **coulomb** (corrispondente alla carica posseduta da 10^{19} protoni) e che le sue dimensioni sono $[Q] = [i] \cdot [T]$, dove $[i]$ è la dimensione dell'intensità di corrente.

Dal punto di vista dei fenomeni elettrici, i materiali si dividono in due categorie:

- **conduttori**: materiali dotati di cariche elettriche (elettroni o ioni) libere di muoversi.

  I metalli sono i conduttori per eccellenza e devono tale proprietà al tipo di legame che li caratterizza: il legame metallico.

- **isolanti** (o **dielettrici**): le cariche in essi contenute non sono libere di muoversi.

  L'isolante per eccellenza è il vuoto perché è privo di cariche elettriche; ma anche molti materiali come l'aria, la ceramica, la carta o l'acqua distillata sono buoni isolanti (l'acqua utilizzata nelle abitazioni conduce perché, non essendo distillata, contiene sali e quindi ioni).

9.1 | Carica elettrica e legge di Coulomb

Si è visto che i corpi caricati elettricamente interagiscono fra loro (mediante attrazioni o repulsioni). Le forze di interazione a distanza tra le cariche elettriche sono regolate dalla legge di Coulomb, la quale afferma che il modulo della forza **F** (attrattiva o repulsiva) tra due cariche Q_1 e Q_2 poste a distanza r nel vuoto è:

$$|\mathbf{F}| = K_0 \cdot \frac{|Q_1 \cdot Q_2|}{r^2} = \frac{|Q_1 \cdot Q_2|}{4\pi\varepsilon_0 \cdot r^2} \qquad [9]$$

dove $K_0 = 1/4\pi\varepsilon_0$ è la *costante di Coulomb* nel vuoto e ε_0 è la *costante dielettrica* del vuoto.

La **forza di Coulomb è diretta lungo la congiungente le cariche e il verso dipende dal segno delle cariche**: cariche di segno opposto si attraggono, cariche dello stesso segno si respingono.

Sperimentalmente si verifica che due cariche di 1 C, poste a un metro di distanza nel vuoto, si respingono con una forza di $9 \cdot 10^9$ N. Sostituendo i valori nella [9], si ricava il valore di K_0:

$$F = K_0 \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \quad \Rightarrow \quad K_0 = F \cdot \frac{r^2}{Q_1 \cdot Q_2} \quad \Rightarrow \quad K_0 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2}{\mathrm{C}^2}$$

Il valore numerico di K dipende, oltre che dalle sue dimensioni e unità di misura, anche dalla scelta del sistema di misura.

FISICA

Due cariche elettriche puntiformi, a 1 m di distanza, si attraggono con la forza di 1 N. Se vengono poste a 2 m di distanza, quanto vale la forza?

Se la distanza fra le cariche raddoppia, la forza elettrostatica diventa quattro volte più piccola. Infatti, sostituendo $2r$ a r nella formula della legge di Coulomb:

$$F = K_0 \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \Rightarrow F' = K_0 \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{(2r)^2} = K_0 \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4r^2} = \frac{F}{4}$$

9.1.1 | Costante dielettrica

La forza di Coulomb tra due cariche elettriche dipende dal mezzo che separa le cariche. Se le cariche sono poste in un mezzo e non nel vuoto, la legge di Coulomb diventa:

$$|\mathbf{F}| = K \cdot \frac{|Q_1 \cdot Q_2|}{r^2} = \frac{|Q_1 \cdot Q_2|}{4\pi\varepsilon \cdot r^2}$$

dove ε è la **costante dielettrica** del mezzo. È questa che esplicita, nella legge di Coulomb, la dipendenza della forza elettrostatica dal mezzo che separa le cariche:

$$F = K \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$

dove $\varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon_r$ è la costante dielettrica del mezzo ed ε_r è la **costante dielettrica relativa** del mezzo rispetto al vuoto. La costante dielettrica relativa del mezzo che separa le cariche è tanto maggiore quanto più la forza elettrica tra le cariche è ridotta dalla presenza del mezzo stesso.

La causa di tale riduzione è la *polarizzazione*[1] *del dielettrico*. Maggiore è la dipolarità delle molecole di un dielettrico, maggiore è la polarizzazione e minori sono le forze elettriche nel suo interno: ciò implica una notevole riduzione dell'interazione elettrostatica.

ε_r **è un indice della polarizzabilità del dielettrico** a cui si riferisce.
Per ogni materiale $\varepsilon_r \geq 1$.

L'acqua ha un'alta polarizzabilità ($\varepsilon_r = 81$), dovuta alla dipolarità della sua molecola; l'aria ha invece una bassa polarizzabilità ($\varepsilon_r = 1{,}0006$), mentre il vuoto non si polarizza affatto ($\varepsilon_r = 1$).

Quali sono le dimensioni della costante dielettrica?
E quelle della costante dielettrica relativa?

Si parte ricavando ε dall'espressione della legge di Coulomb:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \Rightarrow \varepsilon = \frac{1}{4\pi F} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$

Le dimensioni di tutte le grandezze a destra dell'uguale sono note, perciò:

$$[\varepsilon] = 1 \cdot \frac{[Q]^2}{[L]^2} \cdot \frac{1}{[F]} = \frac{[i]^2 \cdot [T]^2}{[L]^2 \cdot [M] \cdot [L]/[T]^2} = \frac{[i]^2 \cdot [T]^4}{[L]^3 \cdot [M]}$$

Per quanto riguarda l'unità di misura di ε nel SI, si veda più avanti il § 9.5.1.

La costante dielettrica relativa è invece una grandezza adimensionale, perché definita come rapporto di due costanti dielettriche.

1. Esistono due tipi di polarizzazione:
   1. polarizzazione per orientamento (è ciò che succede a molecole dipolari come l'acqua);
   2. polarizzazione per deformazione (è la polarizzazione delle molecole apolari come il cloro).

   In entrambi i casi la rotazione delle molecole è dovuta all'interazione tra il dipolo elettrico della molecola (che può essere naturale o indotto) e il campo elettrico esterno. Tale interazione si traduce nell'applicazione di una coppia di forze alla molecola che, ruotando, si dispone lungo la direzione del campo elettrico.

9.1.2 | Analogie e differenze con la legge di gravitazione universale

Confrontando la legge di gravitazione universale con la legge di Coulomb si nota una stretta analogia:

$$F_{grav} = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} \qquad F_{coul} = K \cdot \frac{Q \cdot q}{r^2}$$

Vi sono tuttavia alcune differenze importanti:

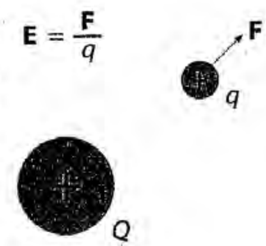
- la forza di gravità non dipende dal mezzo che separa le masse, mentre la forza di Coulomb dipende dal dielettrico (isolante) che separa le cariche;
- la forza gravitazionale è sempre attrattiva mentre quella elettrostatica può anche essere repulsiva;
- la forza elettrostatica è molto più intensa di quella gravitazionale.

9.2 | Campo elettrico

La forza di Coulomb è una forza presente tra due cariche poste a una distanza *r*. La fisica moderna ha sostituito al concetto di forze a distanza con quello più completo di **campo di forze**. Secondo questa visione, il campo elettrico è una perturbazione dello spazio dovuta alla presenza di cariche.

> Una regione dello spazio è sede di un campo elettrico quando una carica ferma posta in essa è soggetta a forze di natura elettrostatica.

Ogni carica elettrica genera intorno a sé un campo elettrico. Per determinare tale campo si fa uso della carica esploratrice q che, per convenzione, si assume di segno positivo. Si definisce vettore **intensità del campo elettrico E** il rapporto tra la forza elettrostatica a cui è soggetta la carica esploratrice in quel punto e la carica stessa:



$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q}$$

dove **F** è la forza elettrostatica e q la carica esploratrice.

> L'unità di misura del campo elettrico nel Sistema internazionale è:
>
> $$\frac{\text{newton}}{\text{coulomb}} \quad \left(\text{oppure } \frac{\text{volt}}{\text{metro}}\right)$$

Si supponga ora che il campo elettrico sia generato da una carica puntiforme Q e si indichi la carica esploratrice con q. Dalle espressioni della forza di Coulomb e del campo elettrico si ha:

$$E = \frac{F}{q} = K \cdot \frac{Q \cdot q}{r^2} \cdot \frac{1}{q} = K \cdot \frac{Q}{r^2}$$

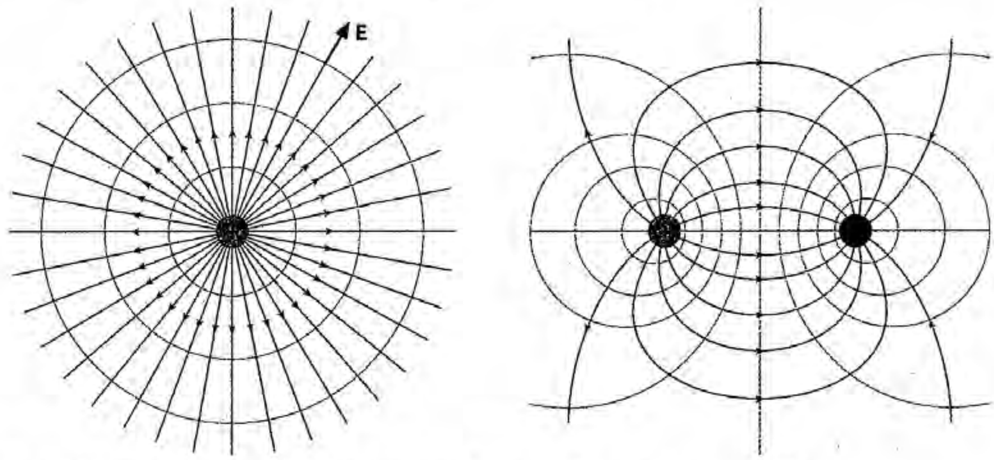
> Il campo elettrico in un punto non dipende dal valore q della carica esploratrice; dipende solo dalla carica generatrice e dalla posizione del punto nello spazio.

> Vale il **principio di sovrapposizione**: in un generico punto P, il campo elettrico **E** generato da più cariche Q_1, Q_2, ... è dato dalla somma vettoriale dei campi elettrici $\mathbf{E}_1$, $\mathbf{E}_2$, ... generati nel punto P dalle singole cariche, rispettivamente.

> **Calcolare l'accelerazione applicata a una particella di massa *m* e carica positiva *q* immersa in un campo elettrico uniforme E.**
>
> Si ricava la forza **F** applicata alla particella dalla definizione di campo elettrico:
>
> $$\mathbf{F} = \mathbf{E} \cdot q$$
>
> Poi, grazie alla seconda legge di Newton, si trova l'accelerazione:
>
> $$\mathbf{F} = m \cdot \mathbf{a} \Rightarrow \mathbf{a} = \frac{\mathbf{F}}{m} = \mathbf{E} \cdot \frac{q}{m}$$
>
> Il vettore **a** è parallelo e concorde al vettore **E** poiché q ed m sono entrambe positive.

9.2.1 | Linee di forza del campo elettrico

Un metodo per rappresentare il campo elettrico è disegnare le sue **linee di forza**, cioè linee orientate e dirette concordemente al campo e in ogni punto tangenti al vettore **E** associato a quel punto. Nella figura che segue le linee di forza sono rappresentate con delle frecce (le altre curve continue rappresentano le superfici equipotenziali del campo elettrico; si veda più avanti il § 9.3.3).



(a) Linee di forza del campo elettrico generato da una carica puntiforme positiva.
(b) Linee di forza del campo elettrico generato da due cariche puntiformi di segno opposto.

Le linee di forza del campo elettrico sono per convenzione sempre uscenti dalle cariche positive ed entranti in quelle negative.

Si consideri un punto materiale di carica + q posto all'interno di un campo elettrico generato da due cariche di segno opposto. A causa delle forze elettriche, se tale carica è libera di muoversi, lo fa percorrendo una certa traiettoria. È vero che la traiettoria seguita dalla carica coincide in generale con una linea di forza?
Per rispondere è necessario pensare alla direzione della forza che agisce sulla carica libera: essa è tangente alle linee di forza del campo.
Se la carica seguisse la traiettoria curvilinea delle linee di forza, dovrebbe esistere una forza centripeta in grado di tenerla legata alle linee di forza. Tale forza, nel caso considerato, non esiste e quindi la carica non può muoversi lungo le linee di forza.

9.3 | Energia potenziale elettrica

L'**energia potenziale** E_p di una carica q associata a un punto P di un campo elettrico è il lavoro che bisogna compiere *contro le forze del campo* per portare la carica dall'infinito (cioè dai limiti del campo) al punto P.
L'unità di misura dell'energia potenziale elettrica è il joule.

Nel caso di un campo elettrico generato da una sola carica Q, l'energia potenziale E_p è positiva se la carica generatrice e la carica q sono concordi, negativa se sono discordi. È possibile dare un'espressione matematica all'energia potenziale elettrica associata a una carica q posta a distanza r dalla carica puntiforme Q:

$$E_p = K \cdot \frac{Q \cdot q}{r}$$

L'energia potenziale E_p è direttamente proporzionale ai valori della carica che genera il campo, della carica esploratrice e inversamente proporzionale alla distanza tra le due cariche.

PARTE SESTA

9.3.1 | Potenziale elettrico

Una carica q posta in un campo elettrico acquista energia potenziale elettrica E_p. Al variare del valore della carica esploratrice q, il valore di E_p cambia, ma il rapporto tra E_p e q rimane costante.

Si definisce **potenziale elettrico** l'espressione: $V_p = \frac{E_p}{q}$

Il potenziale elettrico associato a un punto a distanza r dalla carica generatrice del campo è:

$$V_p = \frac{E_p}{q} = K \cdot \frac{Q \cdot q}{r} \cdot \frac{1}{q} = K \cdot \frac{Q}{r}$$

Il potenziale in un punto è una quantità indipendente dal valore della carica esploratrice. Dipende invece dal valore della carica che genera il campo e dalla posizione del punto.

Il potenziale elettrico coincide *numericamente* con l'energia potenziale dell'unità di carica.
L'unità di misura del potenziale elettrico è il volt (simbolo: V): $V = J/C$.

Si calcoli il valore del campo elettrico E generato da due cariche puntiformi positive, entrambe di intensità *Q*, e del potenziale elettrico *V* associato al campo, nel punto centrale P del segmento che unisce le due cariche.
Sia $2d$ la distanza tra le due cariche: **E** e V vanno calcolati nel punto P che dista d da ciascuna carica. I campi generati dalle due cariche sono entrambi uscenti e hanno modulo:

$$E_1 = E_2 = k \cdot \frac{Q}{d^2}$$

Per il principio di sovrapposizione, **E** è dato dalla somma vettoriale dei due campi. Poiché nel punto P $\mathbf{E}_1$ e $\mathbf{E}_2$ hanno stessa intensità e verso opposto, la loro somma è zero e così **E**.
Poiché V è uno scalare, il potenziale nel punto P è dato dalla somma *algebrica* dei potenziali generati dalle singole cariche in quel punto, e vale:

$$V = k \cdot \frac{Q}{d} + k \cdot \frac{Q}{d} = 2k \cdot \frac{Q}{d}$$

9.3.2 | Differenza di potenziale

Si consideri un campo elettrico generato da una carica puntiforme (o da un insieme di cariche) e si prenda il valore del potenziale elettrico in due punti differenti A e B: V_A e V_B.

$V_B - V_A$ = ***differenza di potenziale elettrico* o *tensione* tra A e B (*d.d.p.* tra A e B).**

La tensione è una grandezza scalare che si misura in volt. Si può dimostrare che $V_B - V_A$ corrisponde *numericamente* al lavoro che bisogna fare contro le forze del campo per spostare la carica unitaria da A a B. Equivalentemente, indicando con $L_{A \to B}$ il lavoro che le forze del campo compiono per portare la carica q da A a B (e ricordando che $E_p = q \cdot V_p$) si ha:

$$L_{A \to B} = E_{p_A} - E_{p_B} = q \cdot V_A - q \cdot V_B = q \cdot (V_A - V_B) = -q \cdot \Delta V = -(E_{p_B} - E_{p_A}) = -\Delta E_p$$

Il lavoro che le forze del campo compiono per portare una carica positiva dal punto A al punto B **è uguale alla differenza di energia potenziale tra i due punti, cambiata di segno.**

Una carica di +8 C si muove da un punto a potenziale di 6 V a un punto a potenziale di 2 V. Quanto vale il lavoro fatto dalla forza del campo?
Per quanto visto, si tratta di utilizzare la formula:

$$L = -\Delta E_p = -q \cdot \Delta V = -8\ C \cdot (2 - 6)\ V = +32\ J$$

Si osserva che, se il lavoro richiesto fosse stato quello delle forze *esterne* (dunque quello *contro* le forze del campo), allora la formula da usare sarebbe stata $L = \Delta E_p = q \cdot \Delta V$.

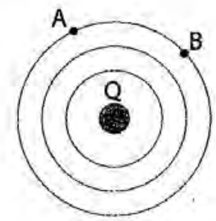
FISICA

9.3.3 | Superfici equipotenziali

Le superfici equipotenziali di un campo sono le superfici i cui punti si trovano tutti allo stesso potenziale e **sono sempre ortogonali alle linee di campo**.

Se due punti A e B si trovano sulla stessa superficie equipotenziale, il lavoro che le forze del campo compiono per portare una carica da A a B è nullo; si ha infatti che $L = q \cdot (V_A - V_B) = 0$.

Se il campo è generato da una carica puntiforme Q, le superfici equipotenziali sono le superfici delle sfere che hanno il centro nella carica Q.



9.3.4 | relazione tra potenziale e campo elettrico

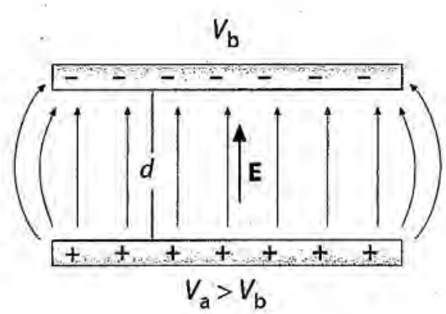
Nel caso in cui sia noto il potenziale elettrico V in tutti i punti di una data regione di spazio, è possibile calcolare il campo elettrico **E** che ha sede in quella regione.

Il vettore campo elettrico **E** uscente da un punto A ha direzione perpendicolare alla superficie equipotenziale passante per A; il suo verso va dai punti a potenziale maggiore a quelli a potenziale minore; e il suo modulo è pari a:

$$E = -\frac{\Delta V}{\Delta s}$$

dove $\Delta V = V_B - V_A$ è la variazione del potenziale spostandosi lungo un tratto Δs lungo la direzione e nel verso del campo.

È possibile stabilire un **campo elettrico uniforme** nella regione di spazio compresa tra due piastre metalliche parallele a e b, caricate una positivamente e l'altra negativamente.
Se le piastre sono poste a una distanza d e tra loro c'è una differenza di potenziale ΔV, il modulo del campo elettrico vale $E = |\Delta V|/d$. Le linee di forza del campo **E** sono ortogonali alle piastre e il verso va dai punti a potenziale maggiore a quelli a potenziale minore.



9.4 | Teorema di Gauss

Il teorema di Gauss si applica quando la carica è distribuita su un conduttore esteso anziché essere puntiforme. Prima di enunciarlo, è necessario definire il concetto di flusso di un vettore.

Il flusso Φ di un vettore **v** attraverso la superficie S è dato dal prodotto scalare tra il vettore **v** e il vettore superficie **S**:

$$\Phi_S(\mathbf{v}) = \mathbf{v} \cdot \mathbf{S} = v \cdot S \cdot \cos\theta = v_n \cdot S$$

dove θ è l'angolo tra il vettore **v** e la normale alla superficie, v_n è la componente del vettore **v** lungo la normale ed **S** è il vettore superficie (con intensità pari all'area della superficie, direzione perpendicolare alla superficie e orientato verso l'esterno se la superficie è chiusa).

Il segno del flusso di un vettore è positivo quando il vettore "esce" dalla superficie, negativo se il vettore "entra". Nel caso del campo elettrico, il vettore **v** è rappresentato proprio dal campo elettrico **E** e l'unità di misura del flusso è volt · m.

Teorema di Gauss. Il flusso del campo elettrico attraverso una superficie chiusa S contenente n cariche $Q_1, Q_2, ..., Q_n$ è dato (nel vuoto) da:

$$\Phi_S(\mathbf{E}) = \frac{\sum Q_i}{\varepsilon_0} = \frac{Q_1 + Q_2 + \ldots + Q_n}{\varepsilon_0}$$

Dal teorema di Gauss si ricavano alcune importanti conseguenze:

- la carica elettrica nei conduttori si distribuisce sulla loro superficie.
- in condizioni elettrostatiche (ossia quando le cariche non sono in movimento), tutti i punti di un conduttore hanno lo stesso potenziale che prende il nome di potenziale del conduttore.
- il campo elettrico all'interno di un conduttore carico è nullo.
- sulla superficie del conduttore la densità di carica è maggiore dove la curvatura è maggiore, cioè dove il raggio di curvatura è minore: la carica elettrica si concentra quindi sulle punte dei conduttori carichi (*potere delle punte*).

9.5 | Capacità di un conduttore

Dato un conduttore isolato con carica positiva Q, esso possiede un potenziale V direttamente proporzionale alla sua carica Q (si veda il § 9.3.1).

Quindi il rapporto tra la carica del conduttore e il suo potenziale è una costante che prende il nome di **capacità elettrostatica del conduttore**:

$$\text{Capacità} = C = \frac{\text{Carica}}{\text{Potenziale}} = \frac{Q}{V} = \text{costante}$$

La capacità di un conduttore è un indice della possibilità di accumulare carica su di esso; la quantità di carica che si accumula sul conduttore dipende cioè dalla sua capacità: a parità di potenziale, un conduttore con alta capacità accumula più cariche di uno con bassa capacità.

L'unità di misura della capacità prende il nome di **farad** $= \frac{\text{coulomb}}{\text{volt}}$; (simbolo F).

Un conduttore ha la capacità di 1 F quando la carica di 1 C gli conferisce il potenziale di 1 V.
Si usano spesso i sottomultipli del farad:

1 microfarad = 10^{-6} F   1 nanofarad = 10^{-9} F   1 picofarad = 10^{-12} F

La capacità di un conduttore dipende dalla sua superficie: **maggiore è la superficie del conduttore, maggiore è la sua capacità.**
A parità di superficie, la capacità di un conduttore dipende dalla sua forma.

9.5.1 | Condensatore

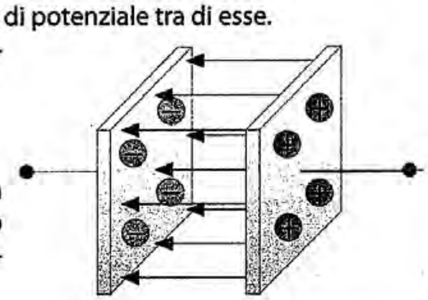
Se a un conduttore carico si avvicina un conduttore scarico, la sua capacità aumenta. I **condensatori** sono dispositivi ad alta capacità costituiti da due conduttori (*armature*) affacciati.
Per i condensatori vale la relazione:

$$C = \frac{Q}{V_2 - V_1} = \frac{Q}{\Delta V}$$

dove Q è la carica accumulata sulle armature e ΔV è la differenza di potenziale tra di esse.
Tramite il teorema di Gauss si dimostra che la capacità di un condensatore piano è:

$$C = \varepsilon \frac{S}{d}$$

dove S è la superficie delle armature, d è la loro distanza ed ε è la costante dielettrica del mezzo che le separa: tale risultato è valido anche per i condensatori sferici nei quali le armature sono superfici sferiche concentriche.



FISICA

Nella parte centrale di un condensatore piano le linee di forza del campo elettrico sono segmenti paralleli: tra le armature di un condensatore piano il campo elettrico è *uniforme* e vale:

$$E = \frac{\Delta V}{d} = \frac{Q}{C \cdot d}$$

Qual è l'unità di misura della costante dielettrica nel SI?
Data la relazione appena vista è possibile affermare che, per un condensatore piano:

$$\varepsilon = \frac{d}{S}C \Rightarrow [\varepsilon] = \frac{[d]}{[S]}[C] = [L]^{-1} \cdot [C]$$

Poiché nel SI l'unità di misura della capacità è il farad, si può concludere che l'unità di misura di ε è farad/metro.

Si hanno due conduttori tenuti alla differenza di potenziale (costante) di 160 volt. È possibile ottenere, fra i due conduttori, un campo elettrico di 10.000 volt/metro?
Il campo elettrico generato all'interno di un condensatore è direttamente proporzionale alla differenza di potenziale tra le armature del condensatore e inversamente proporzionale alla loro distanza. Se il dielettrico che separa le due armature è un buon isolante (cattivo conduttore) le armature si possono avvicinare fino a ottenere al loro interno un campo elettrico grande a piacere.

9.5.2 | Lavoro di carica di un condensatore ed elettronvolt

Per caricare un condensatore inizialmente scarico (armature neutre) con una carica Q si devono trasferire cariche da un'armatura all'altra, compiendo un lavoro L dato da:

$$L = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}C \cdot \Delta V^2$$

dove ΔV è la *differenza di potenziale* (d.d.p.) fra le armature. Per portare una carica q da un'armatura all'altra di un condensatore si deve compiere un lavoro dato da $L = q \cdot \Delta V$.

L'elettronvolt (eV) è un'unità di misura dell'energia utilizzata soprattutto in fisica delle particelle. Si chiama **elettronvolt** l'energia che acquista un elettrone nel passare da un'armatura all'altra di un condensatore in cui vi è una d.d.p. di 1 V.

Un elettronvolt = 1 eV = 1 V · 1,6 · 10^{-19} C = 1,6 · 10^{-19} J = 1,6 · 10^{-12} erg

9.5.3 | Quantizzazione della carica elettrica

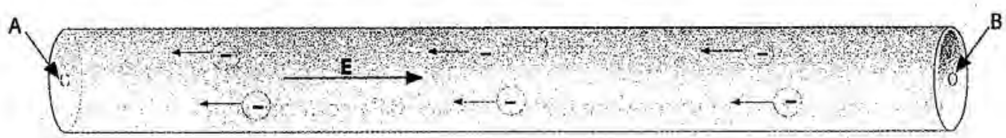
In natura non è possibile disporre di una quantità di carica piccola a piacere. Esiste un valore minimo al di sotto del quale non è possibile andare. Ogni altra carica è un multiplo intero di questo valore minimo che prende il nome di *carica elementare* o *quanto di carica*.
La carica elementare coincide con la carica dell'elettrone o del protone: il suo valore è 1,6 · 10^{-19} C.

La carica dell'elettrone viene indicata con la lettera e. Si ha:

e = carica dell'elettrone = – 1,6 · 10^{-19} coulomb

10 | Elettrodinamica

Se tra i capi di un conduttore metallico vi è una differenza di potenziale, gli elettroni liberi di muoversi (elettroni di conduzione) vengono accelerati dal campo **E**, e si spostano da punti a potenziale minore a punti a potenziale maggiore, in verso opposto a quello del campo, come indicato in figura.



$V_A > V_B$

Nei conduttori metallici (conduttori di prima specie) le cariche negative (elettroni) sono libere di muoversi secondo la direzione del campo elettrico, mentre le cariche positive sono bloccate nei nodi reticolari. Nei liquidi e nei gas (conduttori di seconda specie) sia le cariche negative sia le cariche positive possono partecipare alla conduzione elettrica; questo è possibile grazie alla presenza degli ioni che fungono da veicoli trasportatori di cariche.

Affinché si abbia un moto ordinato di cariche in un conduttore è quindi necessaria la presenza di una differenza di potenziale alle sue estremità o, equivalentemente, di un campo elettrico.

Quando le cariche libere attraversano un conduttore in maniera ordinata, si è in presenza di una **corrente elettrica**.

Per convenzione si è scelto come **verso della corrente** quello dello spostamento delle cariche positive (anche se nei solidi tali cariche non si spostano e non contribuiscono al fenomeno della conduzione).

Quindi, in un conduttore solido, il moto delle cariche è sempre contrario a quello della corrente.

Se ai capi A e B di un conduttore si applica una d.d.p. con $V_A > V_B$, il campo elettrico è orientato da A ad B, il verso della corrente è da A a B, ma gli elettroni si muovono da B ad A.

10.1 | Intensità di corrente

L'**intensità di corrente (media)** è il rapporto tra la quantità di carica ΔQ che attraversa una sezione del conduttore in un tempo Δt e l'intervallo di tempo stesso:

$$i = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

Unità di misura dell'intensità di corrente nel SI: $\frac{\text{coulomb}}{\text{secondo}} = \text{ampere (A)}$

Un circuito è percorso dalla corrente di 1 ampere quando la sua generica sezione è attraversata da 1 coulomb di carica al secondo. L'intensità di corrente è una grandezza scalare: inoltre è una grandezza fondamentale del Sistema internazionale, con dimensione [i].

La corrente si dice **unidirezionale** se le cariche si muovono sempre nello stesso senso; in particolare si dice **continua** se la sua intensità e il senso di moto delle cariche si mantengono costanti.

La corrente si dice **alternata** se il senso di moto delle cariche subisce delle inversioni periodiche.

FISICA

10.2 | Leggi di Ohm

10.2.1 | Prima legge di Ohm

Per i conduttori di prima specie (metalli) si osserva proporzionalità tra i e ΔV. Indicando con R la costante di proporzionalità si ha:

$$V_B - V_A = \Delta V = R \cdot i \quad \Rightarrow \quad R = \frac{\Delta V}{i}$$

La costante di proporzionalità R è detta **resistenza**: è un indice dell'opposizione che incontrano le cariche negative (elettroni) nel muoversi all'interno del conduttore.

Unità di misura della resistenza nel SI: $\frac{\text{volt}}{\text{ampere}} = \text{ohm}\ (\Omega)$

È unitaria (1 Ω) la resistenza del *resistore* che è attraversato dalla corrente unitaria (1 A) quando ai suoi estremi è applicata una d.d.p. unitaria (1 V).

Quale corrente passa nel filamento di una lampadina con resistenza di 100 Ω se i due capi della lampadina sono a un potenziale di 2 e 8 volt rispettivamente?
Si tratta di calcolare la differenza di potenziale ai capi della resistenza:

$$\Delta V = (8 - 2)\ \text{V} = 6\ \text{V}$$

e applicare la prima legge di Ohm:

$$i = \frac{\Delta V}{R} = \frac{6\ \text{V}}{100\ \Omega} = 0{,}06\ \text{A} = 60\ \text{mA}$$

Il milliampere (mA) è un sottomultiplo dell'ampere usato piuttosto frequentemente.

10.2.2 | Seconda legge di Ohm

La resistenza elettrica di un filo conduttore è direttamente proporzionale alla lunghezza l del filo e inversamente proporzionale alla sua sezione S:

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

dove ρ è un coefficiente caratteristico del conduttore, che prende il nome di **resistività** o *resistenza specifica* del materiale.

Unità di misura della resistività nel SI: ohm · metro (Ω·m)

Conducibilità del materiale: $\lambda = \frac{1}{\rho}$; unità di misura nel SI: $\frac{\text{siemens}}{\text{m}}$

La resistività dipende dal materiale e dalla temperatura a cui tale materiale si trova.

La resistenza dei conduttori di prima specie aumenta all'aumentare della temperatura.

I **semiconduttori**, al contrario, sono materiali la cui resistività, e quindi la resistenza, diminuisce all'aumentare della temperatura. A temperature vicine allo zero assoluto, per alcuni materiali si verifica una brusca riduzione del valore della resistività fino a valori prossimi a zero: tale fenomeno prende il nome di **superconduttività**. Ciascun superconduttore ha una propria temperatura critica, al di sotto della quale la sua resistenza diventa pressoché nulla e la corrente che lo attraversa rimane inalterata per molto tempo anche in assenza di generatori.

Nella tabella seguente vengono elencati alcuni materiali (numerati da 1 a 18) in ordine crescente di resistività (cioè in ordine decrescente di conducibilità).

Conduttori	Semiconduttori	Isolanti
1) argento	8) germanio	13) mica
2) rame	9) silicio	14) vetro
3) alluminio	10) ossido di rame	15) quarzo
4) platino	11) boro	16) porcellana
5) ferro	12) celluloide	17) ambra
6) acciaio		18) paraffina
7) mercurio		

10.3 | Effetto Joule

L'effetto di riscaldamento di un conduttore causato dalla corrente elettrica che lo attraversa è detto **effetto Joule**. L'energia dissipata per effetto Joule è pari a:

$$L = \Delta V \cdot i \cdot \Delta t = R \cdot i^2 \cdot \Delta t$$

Da questo risultato è possibile calcolare anche la potenza dissipata per effetto Joule:

$$P = \frac{L}{\Delta t} = \Delta V \cdot i = R \cdot i^2 = \frac{(\Delta V)^2}{R}$$

Per ottenere la quantità di calore prodotta per effetto Joule in calorie, occorre ricordare che il legame tra il joule e la caloria è dato dall'equivalente meccanico della caloria, pari a 4,186 J/cal.

Quindi la quantità di calore Q dissipata per effetto Joule, espressa in calorie, è pari a:

$$Q = \frac{R \cdot i^2 \cdot \Delta t}{4{,}186 \text{ J/cal}}$$

Una lampadina da 75 W è collegata a un generatore da 220 V.
Qual è il valore della corrente che passa nella lampadina?

La potenza dissipata per effetto Joule è $P = \Delta V \cdot i$ quindi l'intensità di corrente vale:

$$i = \frac{P}{\Delta V} = \frac{75 \text{ W}}{220 \text{ V}} = 0{,}34 \text{ A}$$

Quanto vale l'energia *E* dissipata in una resistenza *R* in un tempo *t* quando alla resistenza è applicata una tensione *V* (con $V = 0{,}2$ volt, $R = 0{,}10\ \Omega$ e $t = 10^{-2}$ secondi)?

L'energia dissipata per effetto Joule è data dalla relazione:

$$E = \Delta V \cdot i \cdot t = R \cdot i^2 \cdot t = \frac{\Delta V^2}{R} \cdot t$$

sostituendo i valori numerici si ottiene:

$$E = \frac{(0{,}2)^2}{0{,}1} \cdot 10^{-2} \text{ J} = 0{,}04 \cdot 10 \cdot 10^{-2} \text{ J} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

10.4 | Circuiti elettrici

Ogni generatore di corrente continua è dotato di una **forza elettromotrice** (*f.e.m.*) definita come il rapporto fra il lavoro che il generatore compie sulla carica Q che lo attraversa e la carica stessa. Dalla definizione segue che la *f.e.m.* si misura in volt.

Numericamente la *f.e.m.* coincide con la d.d.p. ai capi del generatore quando il circuito è aperto.

FISICA

Nei circuiti elettrici, la corrente fornita da un **generatore** viene trasformata in altri tipi di energia (luminosa, termica, meccanica o magnetica) a seconda degli elementi utilizzatori in esso presenti.
I simboli con cui si rappresentano i componenti di un circuito elettrico sono riportati a lato.

L'**alternatore** è un generatore di corrente alternata, cioè corrente il cui verso cambia periodicamente.
L'**utilizzatore** (o resistore) è un apparecchio che trasforma l'energia elettrica in altre forme.

L'**amperometro** è uno strumento atto a misurare l'intensità di corrente, mentre il **voltmetro** è un apparecchio che serve a misurare la differenza di potenziale tra due punti di un circuito.

10.4.1 | Resistenze e condensatori in serie e in parallelo

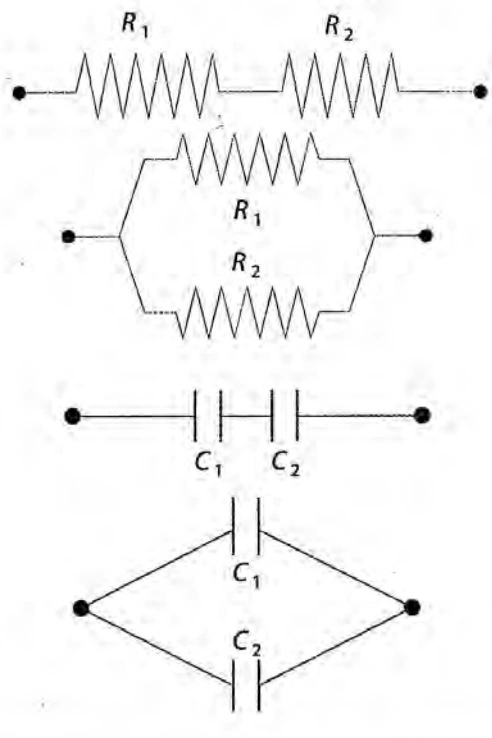
In un circuito elettrico, i vari componenti possono essere disposti in *serie* (attraversati dalla stessa intensità di corrente) o in *parallelo* (ai loro capi vi è la stessa d.d.p.) a seconda delle esigenze.

Nel calcolo delle correnti che circolano nel circuito e delle differenze di potenziale ai capi dei componenti, risulta spesso conveniente sostituire un gruppo di resistenze con la resistenza equivalente e un gruppo di capacità con la capacità equivalente.

✔ La **resistenza equivalente** R_{eq} di più resistenze è quella resistenza che da sola causerebbe la stessa dissipazione di energia per effetto Joule.

✔ La **capacità equivalente** C_{eq} di più condensatori è quella di un condensatore che accumulerebbe da solo la stessa carica.

Il valore della resistenza equivalente si calcola in modo diverso a seconda che le resistenze siano collegate in serie o in parallelo.



Resistenze in serie:

$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

Resistenze in parallelo:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

La resistenza equivalente di più resistenze in serie è maggiore di ciascuna delle resistenze in serie.
La resistenza equivalente di più resistenze in parallelo è minore di ciascuna delle resistenze in parallelo.
Per i condensatori la situazione è rovesciata!

Condensatori in serie:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

Condensatori in parallelo:

$$C_{eq} = C_1 + C_2$$

La capacità equivalente di più capacità in parallelo è maggiore di ciascuna delle capacità in parallelo.
La capacità equivalente di più capacità in serie è minore di ciascuna delle capacità in serie.

Tra due morsetti A e B di un circuito elettrico sono collegate in parallelo tre resistenze, due da 200 Ω e una da 100 Ω.
Quanto vale la resistenza equivalente totale tra A e B?
Date tre resistenze R_1, R_2 e R_3 collegate in parallelo tra loro, la resistenza equivalente del sistema è legata alle singole resistenze dalla relazione:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

Sostituendo i valori si ottiene:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{200\ \Omega} + \frac{1}{200\ \Omega} + \frac{1}{100\ \Omega} = \frac{4}{200\ \Omega} = \frac{1}{50\ \Omega} \Rightarrow R_{eq} = 50\ \Omega$$

Si hanno a disposizione quattro condensatori uguali ciascuno di capacità 100 μF.
Combinandoli in modo opportuno è possibile ottenere una capacità equivalente pari a 25 μF? Se sì, in quale modo?
Se n condensatori sono collegati in parallelo, la capacità equivalente è pari a:

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + \ldots + C_n$$

Se n condensatori sono collegati in serie, la capacità equivalente è data da:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_n}$$

Il quesito chiede di trovare una capacità equivalente inferiore alle capacità dei singoli condensatori. Sicuramente, quindi, i quattro condensatori non devono essere collegati in parallelo, altrimenti la capacità equivalente sarebbe uguale a 400 μF.
Se i condensatori vengono collegati in serie, la capacità totale diventa pari a:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{100\ \mu F} + \frac{1}{100\ \mu F} + \frac{1}{100\ \mu F} + \frac{1}{100\ \mu F} = \frac{1}{25\ \mu F} \quad \Rightarrow \quad C_{eq} = 25\ \mu F$$

Quindi per avere una capacità equivalente pari a 25 μF è necessario collegare i quattro condensatori in serie.

10.4.2 | Analisi dei circuiti elettrici e leggi di Kirchhoff

Il problema che si può presentare è il seguente: dati uno o più generatori con alcuni elementi di circuito variamente connessi tra loro, si chiede di determinare quali sono le correnti che li attraversano e quanto valgono le differenze di potenziale ai loro capi.

Per la risoluzione di tale problema è necessario tenere presente alcune regole, in parte già viste in precedenza, che vengono ora elencate per comodità.

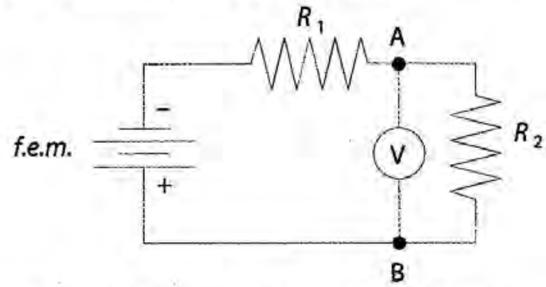
- Due *elementi* sono collegati *in serie* quando sono attraversati dalla stessa intensità di corrente, mentre sono collegati *in parallelo* quando partono dallo stesso nodo e si chiudono sullo stesso nodo (ai loro capi vi è la stessa differenza di potenziale).
- I fili conduttori che collegano tra loro gli elementi del circuito hanno resistenza nulla.
- Due punti che si trovano collegati da un filo, senza che altri elementi del circuito siano posti tra i due, hanno lo stesso potenziale.
- Ogni linea chiusa all'interno del circuito prende il nome di *maglia*.

Si utilizzano anche le due **leggi di Kirchhoff**:

1. in ogni *nodo* del circuito, la somma delle correnti entranti deve essere uguale alla somma delle correnti uscenti.
2. la somma algebrica delle forze elettromotrici contenute in una maglia è uguale alla somma delle differenze di potenziale ai capi di ciascuno degli elementi della maglia.

Di seguito viene fornito un esempio di circuito elettrico nel quale si devono determinare le correnti e le differenze di potenziale presenti.

Si trovi la d.d.p. tra i punti A e B del circuito rappresentato, sapendo che la forza elettromotrice del generatore è di 10 V, R1 = 100 Ω e R2 = 100 Ω.



Si ha $\Delta V_{AB} = R_2\, i$, dove i è l'intensità di corrente che attraversa la resistenza R_2.
Applicando la seconda legge di Kirchhoff (il circuito è una *maglia*) si ottiene:

$$f.e.m. = R_1 \cdot i + R_2 \cdot i \;\Rightarrow\; f.e.m. = (R_1 + R_2) \cdot i \;\Rightarrow\; i = \frac{f.e.m.}{R_1 + R_2}$$

$$\Delta V_{AB} = R_2 \cdot \frac{f.e.m.}{R_1 + R_2}$$

Inserendo i valori numerici si ottiene:

$$\Delta V_{AB} = 100\ \Omega \cdot \frac{10\ \text{V}}{200\ \Omega} = 5\ \text{V}$$

10.5 | Corrente elettrica nei liquidi e nei gas

L'acqua distillata non conduce elettricità (è un isolante), perché non contiene anioni (ioni positivi) e cationi (ioni negativi); diventa però conduttrice quando contiene ioni che fungono da veicoli trasportatori di carica (è questo il caso dell'acqua non distillata).

Elettrolita: sostanza che in acqua si dissocia elettroliticamente e la rende conduttrice.

La *conducibilità di una soluzione* cresce al crescere della concentrazione dell'elettrolita forte[1] presente in soluzione e cresce al crescere della mobilità degli ioni presenti in soluzione.

I liquidi non sono conduttori ohmici: per essi non valgono le leggi di Ohm.

I gas conducono solo se sono ionizzati. La ionizzazione di un gas si ottiene bombardandolo con agenti ionizzanti: radiazioni elettromagnetiche (raggi X), corpuscoli veloci (elettroni o particelle α). Come nei liquidi, anche nei gas la conducibilità dipende dalla concentrazione degli ioni e dalla loro mobilità.

I gas non sono conduttori ohmici: per essi non valgono le leggi di Ohm.

I gas e i liquidi sono perciò anche detti **conduttori di seconda specie**.

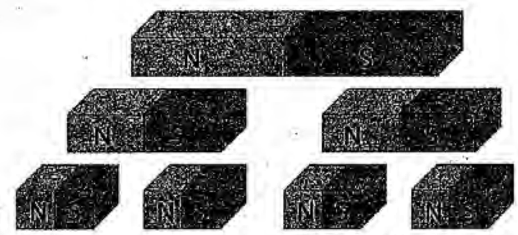
Il vuoto non conduce la corrente elettrica: se però, all'interno di una ampolla contenente un gas molto rarefatto, si applica una differenza di potenziale elevata, si osserva il passaggio di elettroni liberi. I **raggi catodici** sono elettroni emessi dal catodo (elettrodo negativo) che si propagano nel gas rarefatto con velocità elevata (circa 1/3 della velocità della luce).

1. Per elettrolita forte si intende una sostanza che in soluzione è totalmente dissociata negli ioni che la costituiscono. Un elettrolita debole in soluzione è dissociato solo parzialmente.

11 | Magnetismo

Alcuni materiali, come la magnetite, hanno la proprietà di attrarre piccoli pezzi di ferro. Questi corpi vengono chiamati *magneti* e hanno la proprietà di generare nello spazio circostante un *campo magnetico*. La Terra, per esempio, si comporta come un gigantesco magnete e genera intorno a sé un campo chiamato campo magnetico terrestre. L'esperienza mostra l'esistenza di poli magnetici di segno opposto: avvicinando due magneti si possono osservare repulsioni o attrazioni a seconda del modo in cui vengono avvicinati.

Per convenzione i due punti in cui si concentrano le due polarità di un magnete vengono detti **polo nord** e **polo sud**. Mentre è possibile isolare cariche elettriche positive e negative, non è possibile farlo per i poli magnetici: se si cerca di isolare i due poli di un magnete, per esempio spezzando una calamita, si ottengono più dipoli e non polarità isolate.



Non è possibile isolare un monopolo magnetico.

Esiste un legame strettissimo tra campo elettrico e campo magnetico: si verifica che un filo percorso da corrente genera intorno a sé un campo magnetico e che lo stesso filo è sottoposto all'azione di una forza se viene immerso in un campo magnetico esterno.

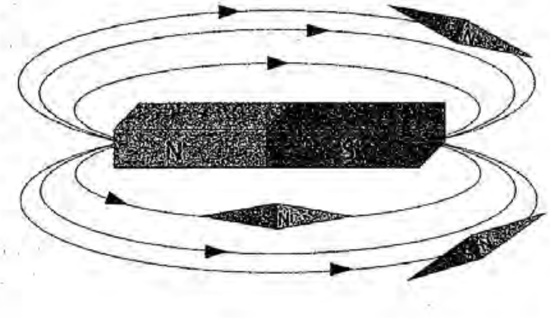
Ogni carica elettrica stazionaria genera intorno a sé un campo elettrico; se la carica elettrica è in movimento, genera intorno a sé anche un campo magnetico.

Se fosse possibile isolare un polo nord e un polo sud, sarebbe possibile applicare al campo magnetico una teoria analoga a quella sviluppata per il campo elettrico. L'impossibilità di avere monopoli magnetici suggerisce invece l'esistenza di differenze tra i due campi. Il legame tra i due campi consente comunque di parlare di *elettromagnetismo* per unire in un'unica terminologia i fenomeni elettrici e magnetici.

11.1 | Campo magnetico

Si ponga un ago magnetico (come quello contenuto in una comune bussola) in un campo generato da un magnete: esso è sottoposto a una coppia di forze che cerca di farlo ruotare secondo la direzione del campo come indicato in figura.

L'ago si orienta fino a porsi tangente alle *linee di forza del campo*; come avviene appunto in una bussola, il cui ago sente il campo magnetico terrestre: le linee di forza del campo magnetico sono linee in ogni punto tangenti all'ago e orientate dal polo Sud al polo Nord dell'ago come riportato in figura. Disponendo della limatura di ferro in una regione dove è presente un campo magnetico, i singoli pezzettini di ferro si comportano come dei piccoli aghi magnetici orientandosi secondo le linee di forza del campo.



Si nota che le linee "disegnate" dalla limatura di ferro sono sempre chiuse su sé stesse e ciò è riconducibile all'impossibilità di isolare le polarità di un magnete.

Nel campo elettrico, le linee di forza generate da una carica positiva puntiforme sono linee dirette dalla carica verso l'infinito, mentre se la carica è negativa il verso delle linee va dall'infinito alla carica. In entrambi i casi le linee di forza sono aperte.

Nel campo magnetico, dove il polo nord e il polo sud sono sempre presenti sullo stesso corpo, le linee di forza che escono da un polo si chiudono sempre nell'altro.

Le linee di forza del campo elettrico sono generalmente aperte, quelle del campo magnetico sono sempre chiuse.

Una diretta conseguenza della chiusura delle linee del campo magnetico è la sua non conservatività. Questo implica che per il campo magnetico non è possibile definire l'energia potenziale.

Il campo elettrico è in generale conservativo, mentre il campo magnetico non lo è mai.

Un campo elettrico può essere generato da una variazione di un campo magnetico (§ 11.2). In tale caso anche il campo elettrico risulta non conservativo.

11.1.1 | Vettore induzione magnetica

Il campo magnetico è un campo vettoriale: a ogni punto del campo si associa il *vettore induzione magnetica* **B** definito come segue.

Direzione: quella secondo cui si dispone un aghetto magnetico inserito nel campo.
Verso: dal polo sud al polo nord dell'aghetto.
Intensità: quella che si ricava dalla relazione:

$$|\mathbf{F}| = q \cdot |\mathbf{v} \wedge \mathbf{B}|$$

dove $|\mathbf{F}|$ è il modulo della forza di natura magnetica, detta **forza di Lorentz**, che agisce su una carica q che transita con velocità **v** nel campo magnetico.

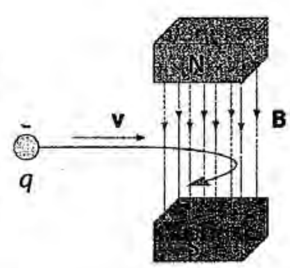
Dalla definizione è possibile risalire all'unità di misura del vettore **B**:

$$[\mathbf{B}] = \frac{[\mathbf{F}]}{[q][\mathbf{v}]} \Rightarrow \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C \cdot m/s}} = \frac{\mathrm{N \cdot s}}{\mathrm{C \cdot m}} = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A \cdot m}} = \frac{\mathrm{J \cdot s}}{\mathrm{C \cdot m^2}} = \frac{\mathrm{V \cdot s}}{\mathrm{m^2}}$$

Si definisce il **weber** (Wb) come: 1 Wb = 1 V · s
Si definisce il **tesla** (T) come: 1 T = 1 Wb / m^2
Nel SI il campo magnetico **B** si misura in **tesla** (T).

11.1.2 | Forza di Lorentz

Si consideri una carica q in moto con velocità **v** all'interno di un campo magnetico. L'esperienza mostra che tale carica viene deviata per la presenza del magnete, come indicato in figura. Si osserva che la deviazione del moto e, quindi, la forza di natura magnetica che agisce sulla carica, crescono al crescere della velocità della carica e del valore della carica stessa.



Come si è visto, la **forza di Lorentz** è la forza di natura magnetica che agisce sulla carica q che transita con velocità **v** nel campo magnetico. Tale forza è data da:

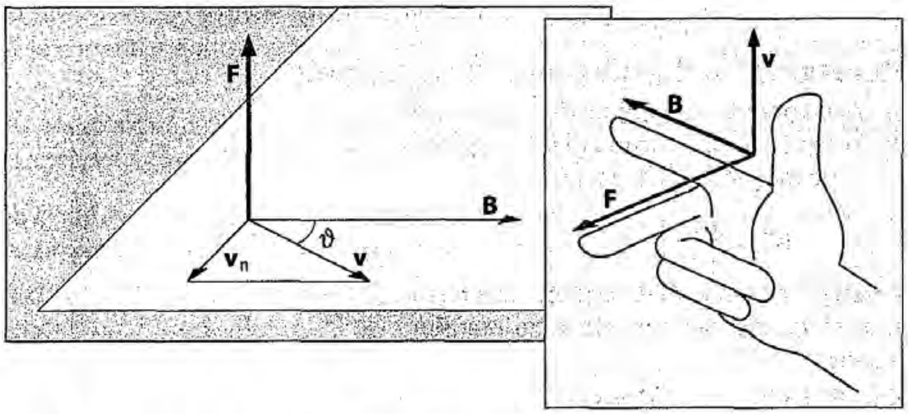
$$\mathbf{F} = q \cdot \mathbf{v} \wedge \mathbf{B}$$

Si tratta di un prodotto vettoriale (§ 1.3.4), per cui la forza di Lorentz **F** che agisce su una carica in movimento con velocità **v** è perpendicolare sia al campo magnetico **B** in cui tale carica si muove sia alla velocità della carica.

Se la carica si muove parallelamente al campo **B**, la sua deviazione è nulla!
Se la velocità è perpendicolare al campo la sua deviazione è massima: in questo caso la carica immersa nel campo B compie un moto circolare uniforme in cui la forza centripeta è proprio la forza di Lorentz.
Il raggio della traiettoria circolare è una costante legata alle altre grandezze che descrivono la carica dalla relazione:

$$r = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$$

Il verso della forza di Lorentz può essere determinato con la regola della mano destra, come mostrato in figura.



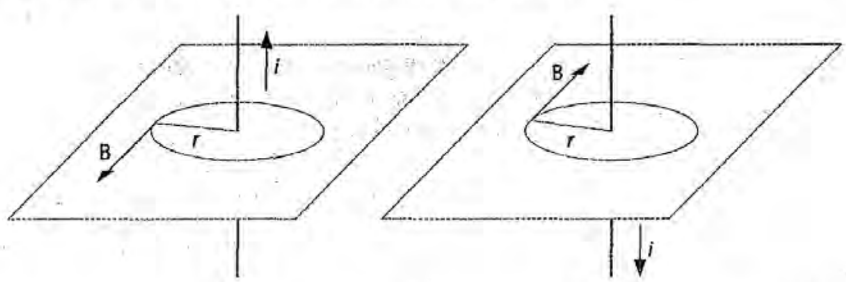
La forza di Lorentz non compie lavoro, perché è sempre perpendicolare alla velocità e quindi allo spostamento.

Due particelle A e B, aventi la stessa carica elettrica, si muovono di moto circolare uniforme in uno stesso campo magnetico su circonferenze di ugual raggio.
Sapendo che $m_A = 2\, m_B$, qual è la relazione tra i moduli delle velocità v_A e v_B?
Le particelle A e B hanno la stessa carica q, si muovono nello stesso campo magnetico **B** descrivendo traiettorie circolari di ugual raggio r: data la formula precedente per il raggio, è dunque necessario che valga la relazione $m_A \cdot v_A = m_B \cdot v_B$.
Essendo $m_A = 2\, m_B$, la velocità di A deve essere la metà della velocità di B.

11.1.3 | Campo magnetico generato dalla corrente elettrica

Il campo magnetico prodotto dal passaggio della corrente in un filo rettilineo è in ogni punto perpendicolare sia alla distanza r dal filo che alla direzione del filo.

Per trovare il verso di **B**, si dispone il pollice della mano destra nella direzione e nel verso della corrente; in questa posizione le altre dita della mano indicano il verso di **B**.



Un filo rettilineo percorso da corrente genera intorno a sé un campo magnetico le cui linee di forza sono *circonferenze concentriche* e la cui intensità è data dalla legge di Biot e Savart.

FISICA

Legge di Biot e Savart
Il campo generato da un filo percorso da corrente è direttamente proporzionale all'intensità della corrente e inversamente proporzionale alla distanza dal filo:

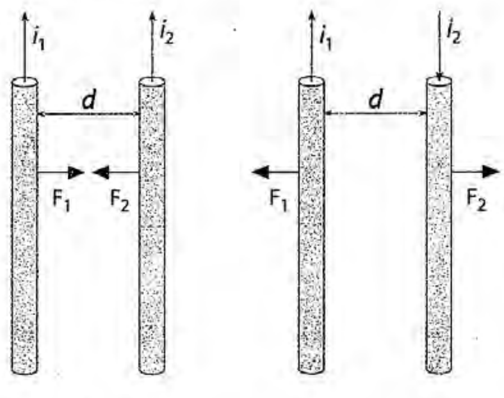
$$|\mathbf{B}| = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r}{2\pi} \cdot \frac{i}{r}$$

La costante di proporzionalità μ_0 viene detta **permeabilità magnetica del vuoto**, mentre μ_r è detta **permeabilità magnetica relativa** del mezzo. Il prodotto $\mu_0 \cdot \mu_r$ viene indicato con la lettera μ e prende il nome di **permeabilità magnetica del mezzo.**

La permeabilità magnetica μ è un indice della facilità con la quale il mezzo si lascia attraversare dalle linee di forza del campo magnetico nel quale è immerso.
Nel SI ha dimensioni $[L][M][T]^{-2}[i]^{-2}$ e si misura in henry/metro.

11.1.4 | Interazione tra due fili percorsi da corrente

Si considerino due conduttori rettilinei di lunghezza l percorsi dalle correnti i_1 e i_2. Ciascuno dei due genera nel vuoto un campo magnetico **B** di intensità:



$$|\mathbf{B}| = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{i}{r}$$

D'altra parte ciascuno dei due fili è soggetto alla forza dovuta al campo magnetico dell'altro filo, la cui intensità si dimostra essere:

$$|\mathbf{F}| = |i \cdot \mathbf{l} \wedge \mathbf{B}| \quad \Rightarrow \quad F = i \cdot l \cdot B$$

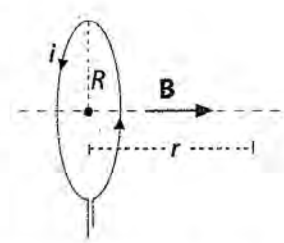
dove **l** è un vettore di intensità pari alla lunghezza l del filo, direzione uguale a quella del filo e verso uguale a quello della corrente.

La forza che agisce su ciascuno dei due fili è dunque $F = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{i_1 \cdot i_2 \cdot l}{d}$, dove d è la distanza tra i fili.

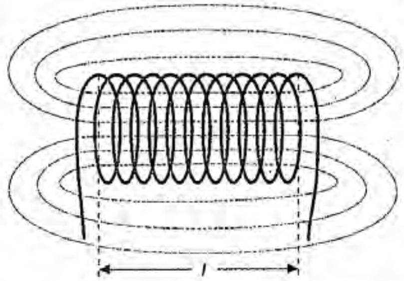
Se le correnti sono concordi, si ha attrazione; se sono discordi si ha repulsione.

11.1.5 | Spira e solenoide

Una spira circolare di raggio R percorsa da una corrente continua i genera un campo magnetico intorno a sé. In particolare sull'asse della spira il campo è ortogonale alla spira, con verso uguale a quello di avanzamento di una vite destrorsa che ruota nel verso della corrente, e di intensità nel centro della spira pari a:



$$B = \frac{\mu_0 \cdot i}{2R}$$



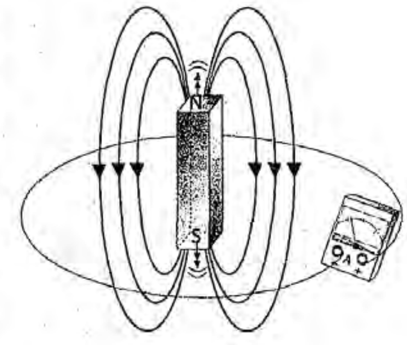
Un **solenoide** (insieme di spire) percorso da una corrente i genera al suo interno un campo magnetico *uniforme*, mentre all'esterno il campo magnetico è trascurabile.
L'intensità del campo è pari a:

$$B_{\text{interno}} = \frac{\mu_0 \cdot n \cdot i}{l} \qquad B_{\text{esterno}} \approx 0$$

dove n è il numero di spire totali, l è la lunghezza del solenoide, i è l'intensità di corrente.

Le linee di forza del campo magnetico sono sempre linee chiuse.

11.2 | Induzione elettromagnetica



Il movimento relativo di un magnete (e quindi del campo magnetico da esso generato) rispetto a un circuito chiuso che si trova nelle vicinanze genera in tale circuito una corrente misurabile con un amperometro. Il fenomeno si chiama *induzione elettromagnetica* e la corrente che si osserva è detta *corrente indotta*. Il verso della corrente cambia a seconda che il magnete si avvicini al circuito o si allontani.

Se si girasse il magnete rivolgendo il polo sud verso l'alto e il nord verso il basso e si ripetesse lo stesso esperimento, il verso della corrente risulterebbe opposto. In entrambi i casi, se si ferma il magnete, non si registra passaggio di corrente.

In tutti i casi, le correnti indotte vengono generate solo se si ha una variazione del flusso di campo magnetico.

Perché si abbia corrente indotta in un circuito è necessario che vari il flusso del campo magnetico $\Phi(\mathbf{B})$ concatenato con il circuito stesso.

L'espressione *flusso concatenato* al circuito indica il flusso del campo magnetico attraverso la superficie racchiusa dal circuito. Il flusso di un vettore è stato definito nel § 9.4.

Il flusso $\Phi(\mathbf{B})$ di un vettore **B** attraverso la superficie *S* è dato dal prodotto scalare tra il vettore **B** e il vettore superficie **S**:

$$\Phi_S(\mathbf{B}) = \mathbf{B} \cdot \mathbf{S} = B \cdot S \cdot \cos\theta = B_n \cdot S$$

dove θ è l'angolo tra il vettore **B** e la normale alla superficie, B_n è la componente del vettore **B** lungo la normale e **S** è il vettore superficie (con intensità pari all'area della superficie, direzione perpendicolare alla superficie e verso uscente dalla superficie se questa è chiusa).

Nel si l'unità di misura di $\Phi(\mathbf{B})$ è il weber e si ha:

$$\text{weber} = \text{tesla} \cdot \text{m}^2 = \text{T} \cdot \text{m}^2$$

11.2.1 | Leggi dell'induzione elettromagnetica

Si consideri un magnete posto ortogonalmente rispetto a un circuito chiuso e lo si avvicini al circuito: le linee di campo magnetico concatenate con il circuito aumentano. Varia quindi il flusso del campo e nel circuito si genera una corrente indotta. Se si allontana il magnete il numero di linee di campo concatenate diminuisce e la corrente indotta è contraria alla precedente. All'aumentare della velocità di spostamento del magnete, l'intensità della corrente indotta aumenta. Per quantificare la corrente indotta, risulta comodo misurare la *forza elettromotrice indotta* responsabile della corrente. Si perviene così alla **legge di Faraday-Neumann**.

La forza elettromotrice indotta è direttamente proporzionale alla variazione del flusso magnetico e inversamente proporzionale all'intervallo di tempo in cui avviene tale variazione.

La corrente indotta genera a sua volta un campo magnetico. La **legge di Lenz** permette di dedurre il verso della corrente indotta in base a questo secondo campo magnetico.

Il verso della forza elettromotrice indotta è tale da generare a sua volta un campo magnetico che si oppone alla variazione di flusso $\Delta\Phi(\mathbf{B})$ che l'ha generata.

Quindi il campo magnetico generato dalla corrente indotta tende a compensare la variazione del campo magnetico inducente. È possibile sintetizzare le due leggi viste attraverso la seguente.

Legge di Faraday-Neumann-Lenz

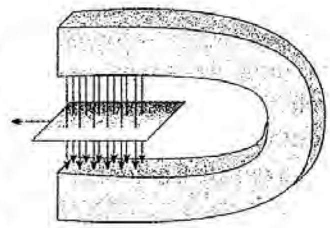
$$f.e.m. = -\frac{\Delta\Phi(\mathbf{B})}{\Delta t}$$

FISICA

11.2.2 | Correnti di Foucault

Sono correnti indotte che si manifestano all'interno di lamine conduttrici (tipicamente di metallo) quando varia il flusso del campo magnetico che le attraversa.

Se si cerca di estrarre rapidamente una lastra di rame (sostanza diamagnetica) dall'interno di una potente calamita, essa oppone resistenza al moto. Ciò è dovuto al fatto che le correnti di Foucault che si originano con il movimento della lastra si oppongono a tale movimento (legge di Lenz). Le correnti di Foucault sono correnti dissipative (nel senso che sono causa di dissipazione energetica per effetto Joule) e per questo si cerca di ridurle nella costruzione delle macchine elettriche.



11.2.3 | Induttanza e autoinduzione

La variazione di campo magnetico genera in un circuito concatenato una corrente indotta. Questa a sua volta genera un campo magnetico **B**, detto *autoindotto*, del quale è possibile calcolare il flusso concatenato con il circuito stesso: si parla di *flusso autoconcatenato*. Valgono le seguenti relazioni di proporzionalità:

$$\Phi \propto B; \quad B \propto i \quad \Rightarrow \quad \Phi \propto i$$

dove Φ è il flusso del campo **B** associato alla corrente indotta i. Il flusso autoconcatenato è dunque proporzionale alla corrente indotta; indicando la costante di proporzionalità con L, si ha:

$$\Phi = L \cdot i$$

L prende il nome di **coefficiente di autoinduzione** o **induttanza**. Dipende solo dalla forma e dalle dimensioni del circuito. La sua unità di misura nel SI è:

$$\text{henry (H)} = \frac{\text{weber}}{\text{ampere}} = \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{A}} = \Omega \cdot \text{s}$$

Si chiama *induttore* ogni elemento caratterizzato da un alto valore del coefficiente di autoinduzione L.

Nei solenoidi l'induttanza è particolarmente elevata ed è pari a $L = \mu_0 \cdot n^2 \cdot S/l$ dove n è il numero di spire, l è la lunghezza del solenoide e S è la superficie della singola spira.
Per questo motivo, per indicare la presenza di un'induttanza in un circuito, si usa il simbolo del solenoide.

Si supponga ora di far variare la corrente i in un circuito: varia anche il flusso del campo autoconcatenato e, per la legge di Faraday-Neumann-Lenz, si genera una *f.e.m. autoindotta* F_i che si aggiunge alla *f.e.m.* già presente nel circuito. Vale la relazione:

$$F_i = -L \cdot \frac{\Delta i}{\Delta t}$$

L è un indice dell'inerzia delle cariche elettriche del circuito: **se L è grande è difficile variare l'intensità di corrente nel circuito:** il circuito stesso si oppone alle variazioni della corrente che lo attraversa.

Le correnti autoindotte che si generano all'apertura o alla chiusura di un circuito, a causa dell'improvvisa variazione di corrente, sono dette *extracorrenti*. Quando spegnendo un interruttore si intravede una scintilla, a causarla è un'elevata extracorrente di apertura.

Quando si chiude un circuito, parte dell'energia erogata dal generatore serve per creare il campo magnetico autoindotto. Tale energia si chiama **energia magnetica della corrente** e vale:

$$E = \frac{1}{2} L \cdot i^2$$

PARTE SESTA

11.3 | Correnti alternate

Facendo ruotare una spira priva di generatore in un campo magnetico, si varia il flusso del campo magnetico stesso attraverso la superficie della spira, e vi si induce quindi una corrente. Il verso della corrente indotta cambia ogni volta che la spira compie mezzo giro.

Si osserva che la forza elettromotrice indotta varia con il tempo in maniera sinusoidale: la corrente che si crea oscilla tra valori positivi e negativi, cambiando periodicamente il verso.

La corrente indotta in una spira che ruota in un campo magnetico costante è alternata.

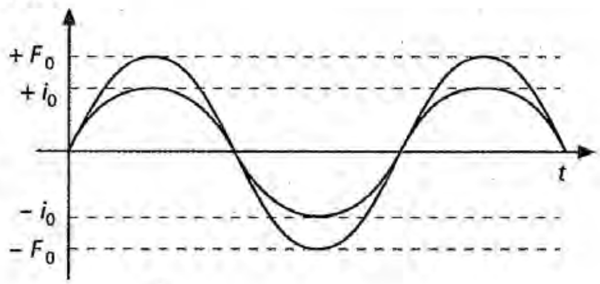
L'espressione dell'intensità di corrente alternata i può essere scritta come:

$$i = i_0 \cdot \text{sen}\,(\omega \cdot t)$$

dove i_0 indica il valore massimo dell'intensità di corrente.

Nel grafico a lato sono raffigurati gli andamenti dell'intensità di corrente e della *f.e.m.* in funzione del tempo. Si noti che le due funzioni sono in fase: questo è vero nell'ipotesi che nel circuito valga la legge di Ohm e che quindi le due funzioni siano legate dall'espressione *f.e.m.* $= R \cdot i$.

In generale, però, bisogna tenere conto anche delle induttanze e delle capacità; quindi tra *f.e.m.* e corrente si ha uno sfasamento.



11.3.1 | Valori efficaci

Facendo passare una corrente alternata in un resistore, l'effetto Joule di dissipazione ha luogo anche se il verso della corrente continua a cambiare.

Si definisce **intensità efficace** i_{eff} di una corrente alternata l'intensità della corrente continua che provocherebbe la stessa dissipazione energetica per effetto Joule.

Il calore dissipato per effetto Joule in caso di corrente alternata è dato allora da:

$$Q(J) = R \cdot i_{eff}^2 \cdot \Delta t \quad \text{oppure} \quad Q(\text{calorie}) = \frac{1}{4{,}186} R \cdot i_{eff}^2 \cdot \Delta t$$

Vale la relazione:

$$i_{eff} = i_0 / \sqrt{2}$$

11.3.2 | Circuiti in corrente alternata

Se la corrente è alternata lo è anche la *f.e.m.* e, tra i loro valori massimi F_0 e i_0, vale la relazione:

$$F_0 = Z \cdot i_0$$

Il coefficiente di proporzionalità Z è chiamato **impedenza** o **resistenza apparente** o **reattanza** e si misura in ¾. L'impedenza di un circuito dipende dai condensatori, resistori e induttori (C, R, L) inseriti nel circuito e dalla pulsazione ω della corrente.

L'impedenza Z rappresenta, per le correnti alternate, quello che la resistenza R rappresenta per le correnti continue.

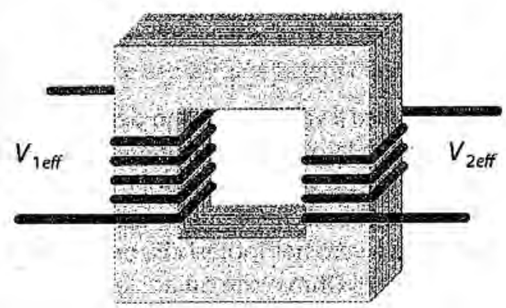
FISICA

11.4 | Macchine elettriche e trasformatori

- **Pila elettrica**: dispositivo in grado di trasformare energia chimica in energia elettrica ma non viceversa.
- **Accumulatore**: dispositivo in grado di trasformare energia chimica in energia elettrica e viceversa (è una pila elettrica reversibile).
- **Dinamo**: macchina capace di trasformare, sfruttando il fenomeno dell'induzione elettromagnetica, energia meccanica in corrente elettrica continua.
- **Alternatore**: macchina capace di trasformare, sfruttando il fenomeno dell'induzione elettromagnetica, energia meccanica in corrente elettrica alternata (solitamente sinusoidale).
- **Motore elettrico**: macchina capace di trasformare l'energia elettrica in energia meccanica.

Per trasportare la corrente elettrica alternata dai centri produttivi ai centri utilizzatori, è opportuno abbassarne l'amperaggio ed elevarne la tensione: la dissipazione energetica per effetto Joule è infatti proporzionale al quadrato dell'intensità di corrente.

Il **trasformatore** serve per cambiare il voltaggio di una corrente. È formato da due circuiti, uno principale e uno secondario, avvolti intorno a un materiale ferromagnetico in modo che sia massimo il concatenamento dei rispettivi campi magnetici generati.



Vale la relazione:

$$\frac{V_{2eff}}{V_{1eff}} = \frac{n_2}{n_1}$$

dove n_1 e n_2 sono i numeri di spire dei due circuiti avvolti intorno al materiale ferromagnetico.

Appendice A

Tabelle utili

A.1 | Grandezze e unità di misura nel Sistema internazionale e nel CGS

Grandezze	Unità nel SI	Dimensioni fisiche nel SI e nel CGS	Unità nel CGS
lunghezza	m (metro)	[L]	cm (centimetro)
massa	kg (chilogrammo)	[M]	g (grammo)
tempo	s (secondo)	[T]	s (secondo)
angolo	radiante	adimensionale	radiante
velocità	m/s	$[L]\,[T]^{-1}$	cm/s
accelerazione	m/s^2	$[L]\,[T]^{-2}$	cm/s^2
frequenza	Hz (hertz)	$[T]^{-1}$	Hz (hertz)
forza	N (newton)	$[L]\,[M]\,[T]^{-2}$	dyn (dina)
momento	N · m	$[L]^2\,[M]\,[T]^{-2}$	dyn · cm
lavoro o energia	J (joule)	$[L]^2\,[M]\,[T]^{-2}$	erg (erg)
potenza	W (watt)	$[L]^2\,[M]\,[T]^{-3}$	erg/s
quantità di moto (impulso)	N · s	$[L]\,[M]\,[T]^{-1}$	dyn · s
densità	kg/m^3	$[L]^{-3}\,[M]$	g/cm^3
peso specifico	N/m^3	$[L]^{-2}\,[M]\,[T]^{-2}$	dyn/cm^3
pressione	N/m^2	$[L]^{-1}\,[M][T]^{-2}$	dyn/cm^2
intensità di corrente	A (ampere)	[i]	stat A
carica elettrica	C (coulomb)	[T] [i]	franklin
potenziale elettrico	V (volt)	$[L]^2\,[M]\,[T]^{-3}\,[i]^{-1}$	stat V
intensità del campo elettrico	N/C oppure V/m	$[L]\,[M]\,[T]^{-3}\,[i]^{-1}$	(stat V)/m
capacità elettrica	F (farad)	$[L]^{-2}\,[M]^{-1}\,[T]^{4}\,[i]^{2}$	
costante dielettrica	F/m	$[L]^{-3}\,[M]^{-1}\,[T]^{4}\,[i]^{2}$	
resistenza	Ω (ohm)	$[L]^2\,[M]\,[T]^{-3}\,[i]^{-2}$	stat Ω
flusso magnetico	Wb (weber)	$[L]^2\,[M]\,[T]^{-2}\,[i]^{-1}$	stat Wb
induzione magnetica	T (tesla)	$[M][T]^{-2}\,[i]^{-1}$	gauss
induttanza	H (henry)	$[L]^2\,[M]\,[T]^{-2}\,[i]^{-2}$	stat H
permeabilità magnetica	H/m	$[L]\,[M]\,[T]^{-2}\,[i]^{-2}$	(stat H)/m

FISICA

A.2 | Valore di alcune costanti fisiche

Costante	Simbolo	Valore
Accelerazione di gravità a 45° di latitudine	g	9,8 m/s^2
Costante gravitazionale	G	$6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N·m^2/kg^2
Costante dei gas perfetti	R	8,318 J/K·mole
Numero di Avogadro	N	$6{,}022 \cdot 10^{23}$ molecole/mole
Costante di Boltzmann	K	$1{,}381 \cdot 10^{-23}$ J/K
Temperatura standard	T_0	0 °C = 273,15 K
Pressione standard	P_0	$1{,}013 \cdot 10^5$ Pa
Volume della mole di un gas perfetto a T_0 e P_0		22,4 litri
Equivalente meccanico della caloria	J	4,186 joule/calorie
Massa del Sole		$1{,}99 \cdot 10^{30}$ kg
Massa della Terra		$5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg
Distanza Terra-Sole (unità astronomica)		$1{,}5 \cdot 10^8$ km
Velocità della luce nel vuoto	c	300.000 km/s
Velocità del suono nell'aria secca a 0°C		331,4 m/s
Massa a riposo dell'elettrone	m_e	$9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg
Massa a riposo del protone	m_p	$1{,}6726 \cdot 10^{-27}$ kg
Massa a riposo del neutrone	m_n	$1{,}6749 \cdot 10^{-27}$ kg
Carica elementare	e	$1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C
Costante di Coulomb nel vuoto	K_0	$8{,}99 \cdot 10^9$ N · m^2/C^2
Costante dielettrica del vuoto	ε_0	$8{,}859 \cdot 10^{-12}$ farad/m
Permeabilità magnetica del vuoto	μ_0	$12{,}56 \cdot 10^{-7}$ henry/m
Costante di Faraday	F	96.490 C/mol
Costante di Planck	h	$6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J · s

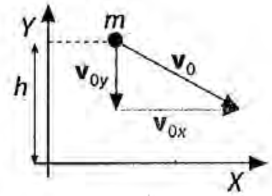
A.3 | Analogie e corrispondenze fra moto traslatorio e moto rotatorio

Moto traslatorio		Moto rotatorio	
Spostamento	$\mathbf{s}$	Spostamento angolare	θ
Velocità	$\mathbf{v} = \Delta\mathbf{s}/\Delta t$	Velocità angolare	$\omega = \Delta\theta/\Delta t$
Accelerazione	$\mathbf{a} = \Delta\mathbf{v}/\Delta t$	Accelerazione angolare	$\alpha = \Delta\omega/\Delta t$
Massa	m	Momento d'inerzia	I
Forza	$\mathbf{F} = m \cdot \mathbf{a}$	Momento della forza	$\tau = I \cdot \alpha$
Lavoro	$L = \mathbf{F} \cdot \mathbf{s}$	Lavoro	$L = \tau \cdot \theta$
Energia cinetica	$E_c = \frac{1}{2} mv^2$	Energia cinetica	$E_c = \frac{1}{2} I\omega^2$
Potenza	$P = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}$	Potenza	$P = \tau \cdot \omega$
Quantità di moto	$\mathbf{P} = m \cdot \mathbf{v}$	Momento angolare	$\mathbf{L} = I \cdot \omega$

Appendice B

Approfondimenti

B.1 | Composizione di moti uniformi con moti accelerati



Sia dato un corpo di massa *m* che, come indicato in figura, viene lanciato con velocità iniziale $\mathbf{v}_0$ da un'altezza *h* sulla superficie terrestre. Se si trascurano gli attriti, il corpo è soggetto alla sola forza di gravità, che agisce esclusivamente lungo la verticale.

Per la seconda legge della dinamica, il moto lungo la verticale è uniformemente accelerato (la forza gravitazionale è costante), mentre il moto lungo l'orizzontale non è accelerato ($\mathbf{F}_x = 0$).

Si scomponga ora il moto di caduta sugli assi ortogonali *X* (orizzontale) e *Y* (verticale) e si indichino rispettivamente con $\mathbf{x}$, $\mathbf{v}_x$, $\mathbf{a}_x$ e $\mathbf{y}$, $\mathbf{v}_y$, $\mathbf{a}_y$ le componenti dello spostamento, della velocità e dell'accelerazione lungo l'asse *X* e lungo l'asse *Y*. Per quanto detto si ha:

$$a_x = 0 \Rightarrow v_x = v_{0x} = \text{costante} \qquad a_y = g \Rightarrow v_y = -v_{0y} - g \cdot t$$

Si scomponga ora il moto di caduta sugli assi ortogonali *X* (orizzontale) e *Y* (verticale) e si indichino rispettivamente con $\mathbf{x}$, $\mathbf{v}_x$, $\mathbf{a}_x$ e $\mathbf{y}$, $\mathbf{v}_y$, $\mathbf{a}_y$ le componenti dello spostamento, della velocità e dell'accelerazione lungo l'asse *X* e lungo l'asse *Y*. Per quanto detto si ha:

$$a_x = 0 \Rightarrow v_x = v_{0x} = \text{costante} \qquad a_y = g \Rightarrow v_y = -v_{0y} - g \cdot t$$

Se il corpo viene lanciato orizzontalmente, $v_{0y} = 0$ e le equazioni del moto lungo i due assi sono:

$$x = v_x \cdot t \qquad y = h - \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

dalle quali si ottiene l'espressione analitica della traiettoria del corpo:

$$y = h - \frac{1}{2} g \cdot \frac{x^2}{v_x^2}$$

Poiché g e v_x sono costanti, la rappresentazione grafica del moto nel piano *XY* è una parabola con concavità rivolta verso il basso e il moto è di tipo parabolico.

> Nel moto di caduta dei gravi, la componente orizzontale della velocità (v_x) non influenza il tempo di caduta.
> Le traiettorie seguite dai gravi dipendono dalla velocità iniziale, ma non dalle loro masse.

B.2 | Temperatura critica e isoterme dei gas reali

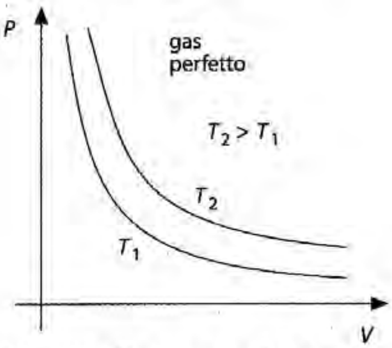
La liquefazione (o condensazione) è il passaggio opposto alla vaporizzazione. Perché un gas possa liquefare, si deve o abbassarne la temperatura o alzarne la pressione. I due fattori sono legati tra loro, al punto che per ogni gas esiste una *temperatura critica* T_c definita come la temperatura al di sopra della quale non è possibile liquefare il gas per sola compressione.

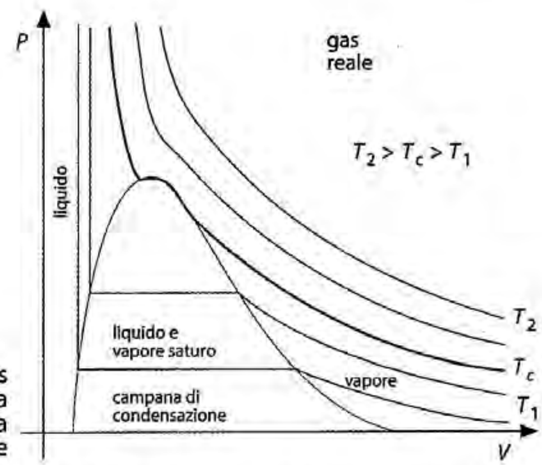
> I gas reali, a differenza dei gas ideali, se sottoposti a pressioni elevate o a temperature basse possono liquefare.

Ogni specie gassosa è caratterizzata da un valore di temperatura critica. Si è soliti distinguere un aeriforme in *vapore* o *gas* a seconda che si trovi a una temperatura inferiore o superiore a quella critica. Un vapore può essere liquefatto per aumento di pressione, un gas no.

FISICA

La temperatura critica dell'ossigeno vale – 118,4 °C, quella dell'ammoniaca vale 132,5 °C; quella dell'acqua vale 374 °C.





Isoterme di un gas perfetto e di un gas reale nel piano *PV*. Se la specie gassosa reale si trova al di sopra della temperatura critica T_c, la sua isoterma è del tutto simile a quella di un gas ideale.
Se la temperatura della specie gassosa è minore di T_c, quando il volume del vapore diminuisce la pressione aumenta fino a quando non si innesca il processo di condensazione e si entra quindi nella campana di condensazione dove il vapore è saturo: a questo punto la diminuzione di volume non si traduce più in un aumento di pressione, ma in condensazione del vapore. Quando il vapore si è liquefatto totalmente, la pressione riprende a salire molto

È possibile seguire il comportamento di un gas reale al variare della pressione, rappresentando in un piano cartesiano nelle due variabili *P* e *V* le variazioni di pressione e volume. Il piano *PV* viene detto **piano di Clapeyron** e serve per rappresentare qualunque tipo di trasformazione di un gas. In particolare, per un gas perfetto una *trasformazione isoterma* (cioè a temperatura costante) $P \cdot V =$ costante (legge di Boyle) è rappresentata da un ramo di iperbole, mentre per un gas reale si nota la presenza di una **campana di condensazione**, detta **curva di Andrews**.

Il comportamento dei gas reali si avvicina a quello dei gas perfetti per temperature alte e pressioni basse.

B.3 | Cenni di fisica nucleare

B.3.1 | Decadimenti radioattivi

In natura esistono *nuclei atomici stabili* e *nuclei instabili*. I nuclei instabili sono destinati a *decadere*, cioè a trasformarsi in nuclei stabili; essi prendono il nome di **nuclei radioattivi**.

Esiste uno stretto legame tra la radioattività di un elemento e il rapporto tra il numero Z di protoni e il numero N di neutroni contenuti nel suo nucleo.

Gli atomi che hanno numero atomico piccolo (fino a 20) sono stabili se tale rapporto è pari a 1. Al crescere del numero atomico, la stabilità si sposta verso gli atomi nei quali N è maggiore di Z.

I nuclei instabili possono rimanere tali anche per millenni (anche per miliardi di anni), poi decadono emettendo una o più particelle. Esistono tre tipi di decadimento radioattivo a seconda delle particelle emesse.

1. **Decadimento** α: quando un atomo subisce un decadimento di tipo α, libera verso l'esterno una particella α (nucleo di elio composto da due protoni e due neutroni, dotato di carica positiva pari a 2*e*) perdendo così due protoni e due neutroni. Con il decadimento α il numero di massa A dell'atomo che decade diminuisce di quattro unità, mentre il numero atomico Z diminuisce di due unità:

$$(A, Z) \rightarrow (A-4, Z-2)$$

L'uranio 238 ($^{238}_{92}U$) decade α trasformandosi in torio 234 ($^{234}_{90}Th$).

PARTE SESTA

2. **Decadimento** β: nel decadimento β si ha la trasformazione di un protone in un neutrone (decadimento β^+) o viceversa (decadimento β^-) con conseguente liberazione di una particella beta. Nel caso del decadimento β^- la particella emessa è un elettrone veloce; nel caso β^+ l'atomo emette un positrone, avente massa uguale a quella dell'elettrone ma carica positiva.

   Se un nucleo decade β^-, il suo numero atomico Z aumenta di uno mentre il suo numero di massa A rimane inalterato:

$$(A, Z) \rightarrow (A, Z+1)$$

Il cobalto 60 ($^{60}_{27}Co$) decade β^- trasformandosi in nichel 60 ($^{60}_{28}Ni$).

3. **Decadimento** γ: nel decadimento γ il nucleo mantiene inalterati il numero atomico e il numero di massa:

$$(A, Z) \rightarrow (A, Z)$$

   Viene emessa una particella γ (fotone ad alta energia o onda elettromagnetica ad alta frequenza), non dotata né di massa né di carica e, proprio per questo, molto penetrante. Una particella γ riesce ad attraversare anche strati di metallo pesante come il piombo.

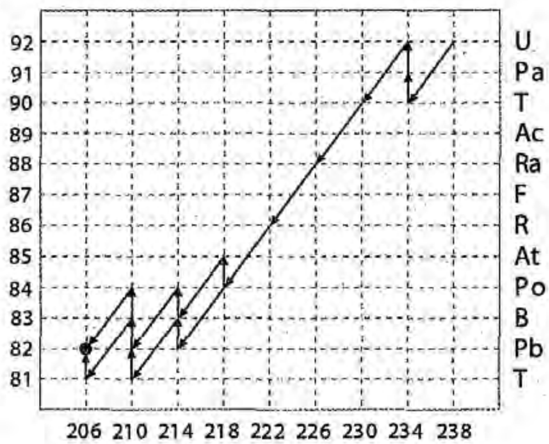
   L'effetto finale sull'atomo che subisce un decadimento di questo tipo è una diminuzione della sua energia nucleare.

Nella figura a lato è mostrato il processo di decadimento radioattivo dell'uranio. Lungo gli assi verticale e orizzontale sono riportati rispettivamente il numero atomico Z e il numero di massa A. Sulla parte destra sono riportati i simboli degli elementi coinvolti durante il decadimento. Partendo dall'atomo di uranio:

$$^{238}_{92}U$$

(dove 238 è il numero di massa dell'atomo) e attraverso decadimenti α (frecce oblique) e β^- (frecce verticali) si arriva fino al piombo:

$$^{206}_{82}Pb$$



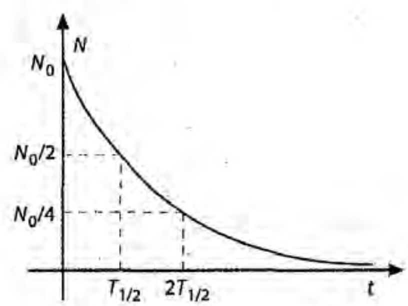
Il decadimento radioattivo è un processo essenzialmente statistico: ogni nucleo di una sostanza radioattiva ha in ogni istante la stessa probabilità di decadere, indipendentemente da quanto è durata la sua vita precedente.

Per questo motivo, il decadimento segue una legge di tipo esponenziale:

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \quad \text{oppure} \quad N(t) = N_0 \cdot 2^{-t/T_{1/2}}$$

dove

- N_0 è il numero di atomi radioattivi all'istante iniziale
- $N(t)$ è il numero di atomi che all'istante t devono ancora decadere
- λ è la **costante di disintegrazione**
- $T_{1/2} = \tau \cdot \ln 2$ è il **tempo di dimezzamento** della sostanza radioattiva
- $\tau = \dfrac{1}{\lambda}$ è il **tempo di vita media**.



Il numero di atomi radioattivi si dimezza ogni volta che passa un tempo uguale a $T_{1/2}$.
Ogni sostanza radioattiva è caratterizzata dal valore del suo tempo di dimezzamento.

$T_{1/2}$ del radio 226 = 1622 anni; $T_{1/2}$ dell'uranio 235 = $4{,}5 \cdot 10^9$ anni;
$T_{1/2}$ del carbonio 14 = 5000 anni; $T_{1/2}$ del radon 222 = 3,8 giorni.

FISICA

L'unità di misura della radioattività è il **becquerel** (Bq), pari a una disintegrazione al secondo.

Esiste anche il **curie** (Ci), pari al numero di disintegrazioni al secondo che avvengono in un grammo di radio: 1 Ci = $3{,}7 \cdot 10^{10}$ Bq.

B.3.2 | Reazioni nucleari

Nelle reazioni nucleari, come la fusione e la fissione, i nuclei degli atomi partecipano attivamente rompendosi o fondendosi tra di loro. La spontaneità di tali reazioni è legata alla liberazione di energia verso l'esterno; si parla in questi casi di energia nucleare.

Fusione

In condizioni particolari (temperatura e pressione elevate) può accadere che due nuclei piccoli si uniscano a formare un nucleo più grande e più stabile. È quanto avviene attualmente nel Sole e nella maggior parte delle stelle, dove gli atomi di idrogeno si uniscono per formare atomi di elio con conseguente liberazione di energia verso l'esterno. Grazie alla fusione dell'idrogeno, il Sole si autoalimenta liberando verso l'esterno una energia pari a $4 \cdot 10^{26}$ J / s.

Fissione

Il processo di fissione è caratterizzato dalla rottura di un nucleo di grandi dimensioni in due nuclei più piccoli. La fissione di un nucleo (anche grande) non è in generale spontanea. Tuttavia, l'assorbimento da parte di alcuni nuclei di un neutrone lento può determinarne la fissione. Tali reazioni sono in grado di liberare quantità enormi di energia: tramite fissione, da un chilo di uranio è possibile ottenere un'energia un milione di volte superiore a quella ottenibile bruciando un chilo di carbone. In una centrale nucleare si ricava energia tramite la fissione dell'uranio: l'uranio (^{235}U, dove 235 è il numero di massa dell'atomo) viene bombardato con neutroni opportunamente rallentati, in grado di spezzarlo in due atomi più piccoli ($^{140}_{54}Xe$ e $^{94}_{38}Sr$). Tra gli elementi finali della fissione si ritrovano anche due neutroni che possono innescare negli altri atomi di uranio una reazione analoga con la conseguente produzione di altri neutroni. Si crea quindi una **reazione a catena** che, con il tempo, coinvolge l'intera massa di uranio. Tra la massa di ogni atomo d'uranio e le masse dei prodotti del suo decadimento esiste una differenza che, grazie all'equivalenza tra massa ed energia, si ritrova sotto forma di energia, solitamente termica, che può essere poi trasformata in corrente elettrica. Affinché la catena di reazioni possa autoalimentarsi è necessario che tra il numero di neutroni prodotti in ogni decadimento e il numero di reazioni che essi riescono a indurre in altri atomi, ci sia equilibrio. I neutroni, inoltre, per poter essere efficaci, devono essere rallentati fino ad avere un livello opportuno di energia cinetica. Queste condizioni vengono realizzate tramite barre di controllo (solitamente di cadmio) interposte tra le barre di uranio, il cui scopo è quello di assorbire i neutroni in eccesso, e da un liquido moderatore (di solito acqua pesante) utilizzato per rallentare i neutroni prodotti. In una bomba atomica, la mancanza di barre di controllo causa una reazione a catena molto violenta con effetti esplosivi e distruttivi.

B.3.3 | Classificazione delle forze esistenti in natura

In natura si distinguono quattro tipi di forze. In ordine decrescente di intensità sono:

- **Interazione forte**: è la più intensa ed è importante solo a livello microscopico (si tratta della forza che tiene uniti i nucleoni);
- **Interazione debole**: regola il decadimento β ed è importante a livello microscopico;
- **Interazione elettromagnetica**: è importante sia a livello microscopico che a livello macroscopico (dall'atomo all'universo);
- **Interazione gravitazionale**: è la più debole ed è importante solo su grandi scale (universo).

L'interazione debole e l'interazione elettromagnetica sono state unificate nell'interazione elettrodebole. Un obiettivo importante della fisica moderna è quello di completare tale unificazione, cioè trovare un'unica forma di interazione con la quale sia possibile descrivere e comprendere la natura nella sua totalità.