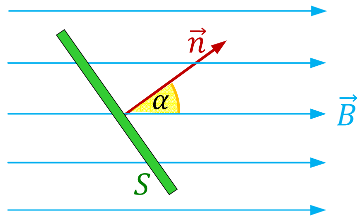
Induzione elettromagnetica

Flusso di un campo magnetico

Il flusso (grandezza scalare) *di un campo magnetico $\vec{B}$ attraverso una superficie S è dato dal prodotto scalare fra il vettore $\vec{B}$ e il versore $\vec{n}$ perpendicolare alla superficie S, moltiplicato per il valore S della superficie:* $$\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{n}\, S = B\, S\, \cos\alpha$$ *α è l'angolo formato dal vettore $\vec{B}$ e dal versore $\vec{n}$ perpendicolare alla superficie S*	
Il flusso è massimo quando $\alpha = 0$, cioè quando il piano della spira è perpendicolare alla direzione del campo magnetico. *Il flusso è nullo quando $\alpha = 90°$, cioè quando il piano della spira è parallelo alla direzione del campo magnetico.*	
L'unità di misura del flusso del campo magnetico è il ***Weber*** *:*	$1\, Wb = 1\, T \cdot 1\, m^2$

Legge di Faraday-Neumann

Legge di ***Faraday-Neumann*** **Ogni volta che in un circuito varia il flusso concatenato di un campo magnetico** (il flusso che attraversa la superficie delimitata dal circuito), **si produce in esso una forza elettromotrice.**	$f.e.m. = \dfrac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = B\, l\, v$
L'unità di misura della forza elettromotrice è il ***Volt*** *:*	$[f.e.m.] = \dfrac{Wb}{s} = \dfrac{T \cdot m^2}{s} = \dfrac{\frac{N}{A \cdot m} \cdot m^2}{s} = \dfrac{N \cdot m}{A \cdot s} = \dfrac{N \cdot m}{\frac{C}{s} \cdot s} = \dfrac{J}{C} = V$
La corrente indotta che attraversa il circuito è:	$\mathrm{I} = \dfrac{f.e.m.}{\mathrm{R}}$

Legge di Lenz

Secondo la Legge di Faraday-Neumann,

Ogni volta che in un circuito varia il flusso concatenato di un campo magnetico si produce nel circuito una forza elettromotrice.

Ma la corrente indotta nel circuito genera a sua volta, come ogni corrente, un campo magnetico. Qual è la relazione delle direzioni e dei versi dei due campi magnetici, quello esterno e quello generato dalla corrente indotta?

Legge di Lenz

Il verso della corrente indotta è tale da generare un campo magnetico che si oppone alla variazione del flusso del campo magnetico esterno che l'ha generata.

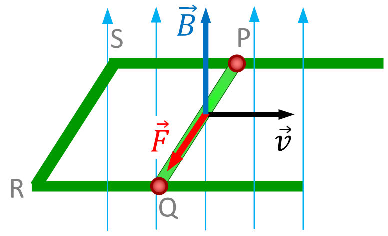
Se il flusso sta aumentando, la corrente indotta genera un campo magnetico di verso opposto al campo esterno (riducendo in parte l'aumento del flusso esterno).

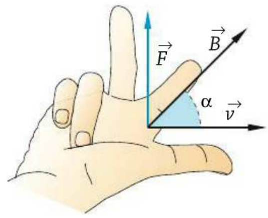
Se il flusso sta diminuendo, la corrente indotta genera un campo magnetico di verso uguale al campo esterno (riducendo in parte la diminuzione del flusso esterno).

La legge di Faraday-Neumann si completa quindi aggiungendo un segno meno, per indicare che la corrente indotta genera un campo magnetico il cui flusso si oppone alla variazione del flusso del campo magnetico esterno che l'ha generata.

Legge di Faraday-Neumann-Lenz	$f.e.m. = -\dfrac{\Delta\Phi_B}{\Delta t}$

Interpretazione microscopica delle correnti indotte





Regola della mano desta

(indicando con il pollice il verso del vettore velocità $\vec{\boldsymbol{v}}$, con l'indice il verso del vettore $\vec{\boldsymbol{B}}$, il medio aperto perpendicolarmente alle altre due dita, indica il verso della forza $\vec{\boldsymbol{F}}$.

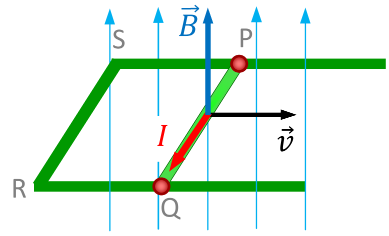
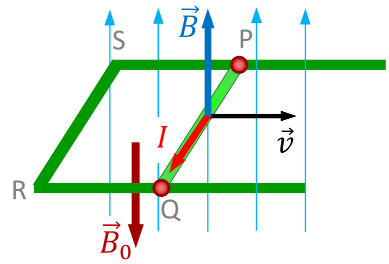
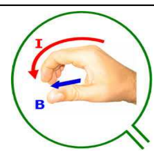
L'origine delle correnti indotte si può spiegare indagando a livello microscopico sulle forze agenti sugli elettroni.

*Un circuito a forma di spira quadrata con un lato mobile **PQ** è immerso in un campo magnetico $\vec{\boldsymbol{B}}$, uniforme, perpendicolare al piano del circuito e diretto verso l'alto (vedi figura a lato).*

*Se il lato mobile **PQ** si muove con velocità $\vec{v}$ nel verso della figura, sugli elettroni del tratto PQ agisce la forza di Lorentz $\boldsymbol{F = evB}$, diretta da Q verso P (il verso è opposto a quello della regola della mano destra perché gli elettroni hanno carica negativa), che genera nel circuito PQRSP una corrente indotta diretta da P verso Q (il verso è dato dalla regola della mano destra).*

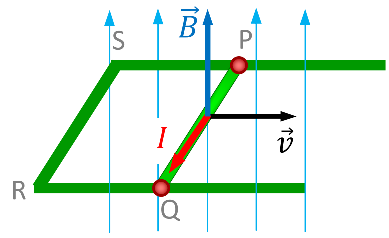
Gli elettroni si muovono come se tra i punti P e Q esistesse una f.e.m.:

$$\boldsymbol{f.e.m.} = \frac{\boldsymbol{F}}{\boldsymbol{e}}\boldsymbol{l} = \frac{\boldsymbol{evBl}}{\boldsymbol{e}} = \boldsymbol{Blv}$$

Interpretazione della Legge di Lenz *Riesaminiamo il circuito precedente.* *Il lato mobile **PQ** che si muove con velocità $\vec{v}$ nel campo magnetico $\vec{\boldsymbol{B}}$ genera nel circuito PQRS una **corrente indotta** diretta da P verso Q.*	
*La **corrente indotta** (ottenuta dal movimento del lato mobile PQ) genera, a sua volta, un secondo campo magnetico $\vec{\boldsymbol{B}}_0$ diretto verso il basso.* *Il campo magnetico $\vec{B}_0$ è di verso opposto al campo magnetico esterno $\vec{\boldsymbol{B}}$.* *Tutto ciò in accordo con la legge di Lenz.*	
Il campo magnetico generato da una spira percorsa da corrente è perpendicolare al piano della spira. *Il verso è dato dalla regola della mano destra:* *le dita, avvolgendosi, indicano il verso della corrente;* *il pollice indica il verso del vettore campo magnetico (in questo caso $\vec{B}_0$).*	

Conservazione dell'energia

Consideriamo ancora la spira rettangolare con il lato mobile PQ.



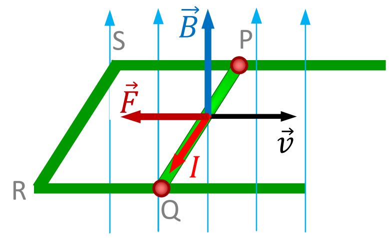
Il lato mobile PQ che si muove con velocità $\vec{v}$ nel campo magnetico $\vec{B}$ genera:

-una corrente indotta diretta da P verso Q;

-una forza magnetica $\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B}$ con verso opposto alla velocità $\vec{v}$ (R. mano destra)

Tale forza magnetica $\vec{F}$, essendo di verso opposto al vettore velocità $\vec{v}$,
va a rallentare e a fermare il movimento del lato mobile PQ.

Ciò conferma la validità della Legge di Lenz:
Infatti se il verso della corrente indotta fosse di verso opposto,
la forza magnetica $\vec{F}$ avrebbe verso concorde con il vettore velocità $\vec{v}$,
e quindi il lato mobile PQ, avendo una spinta in più data dalla forza $\vec{F}$, aumenterebbe la sua velocità;
l'aumento della velocità del lato mobile PQ, a sua volta, produrrebbe più corrente indotta e una maggiore forza;
tale maggiore forza farebbe aumentare ancora di più la velocità del lato mobile PQ , ecc . . .
Si realizzerebbe così energia infinita, violando il principio di conservazione dell'energia.



Lavoro necessario per il movimento del lato mobile PQ

Da quanto analizzato precedentemente, occorre una forza esterna per mantenere in movimento del lato mobile PQ, altrimenti sarebbe rallentato e quindi fermato dalla forza magnetica $\vec{F}$.

Determiniamo il lavoro che una forza esterna $\vec{F}_E$ deve compiere per mantenere in movimento il lato mobile PQ.

Essendo la forza $\vec{F}$ e lo spostamento del lato mobile paralleli e concordi, si ha:

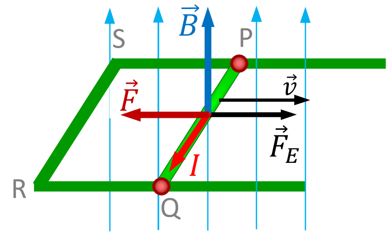
$L = F_E \cdot \Delta s$

Essendo $F_E = I\, l\, B$ *e* $\Delta s = v\, \Delta t$ *si ottiene:*

$L = I\, l\, B\, v\, \Delta t$

Sostituendo $f.e.m. = B\, l\, v$ *si ricava:*

$L = I\ f.e.m. \Delta t.$

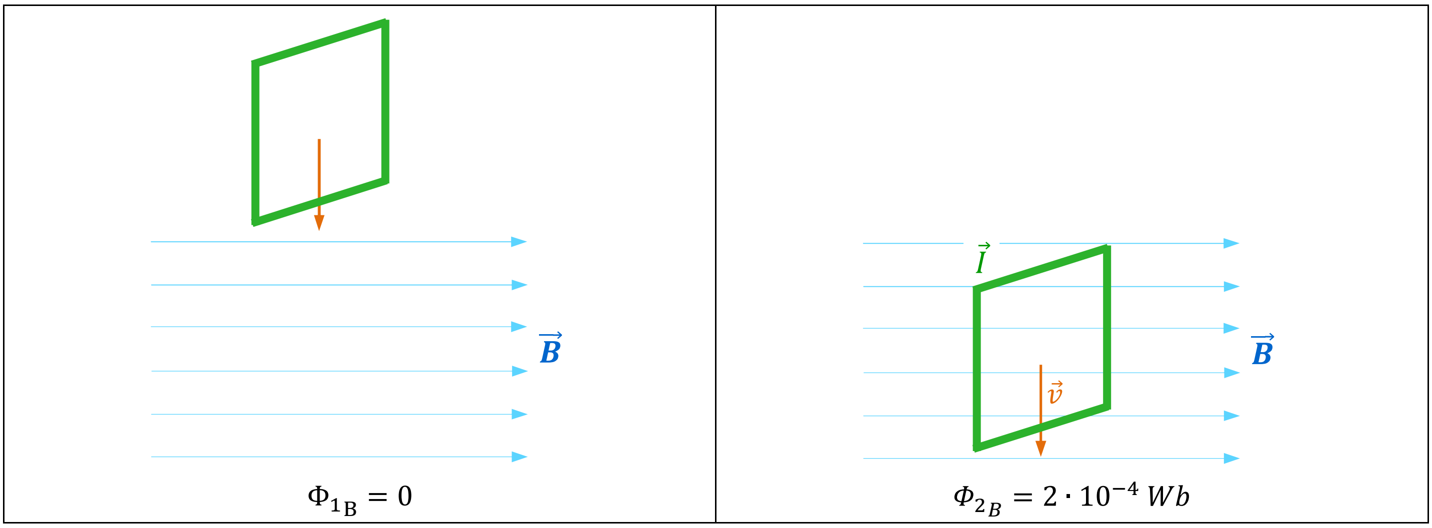


Potenza istantanea

La potenza istantanea è data da: $P = \frac{L}{\Delta t} = I\ f.e.m.$

Esempio 1

Una spira quadrata di lato $10\ cm$ è in moto rettilineo uniforme con velocità $1\ m/s$, perpendicolarmente alla direzione di un campo magnetico $\vec{B}$ uniforme di intensità uguale a $2 \cdot 10^{-2}\ T$. Calcola l'intensità della forza elettromotrice indotta nella spira, quando la spira entra o esce dalla regione in cui è presente il campo magnetico. Sapendo che la resistenza della spira è di $2\ \Omega$, calcola l'intensità della corrente indotta.



<u>*Soluzione*</u>

La forza elettromotrice indotta è data da: $\quad f.e.m. = \dfrac{\Delta\Phi_B}{\Delta t}$

Quando la spira si trova fuori del campo magnetico $\vec{B}$, il flusso del campo magnetico attraverso la spira è $\Phi_{1_B} = 0$.

Quando la spira si trova all'interno del campo magnetico $\vec{B}$, il flusso del campo magnetico $\vec{B}$ attraverso la spira è :
$\Phi_{2_B} = B\ S \cos\alpha = 2 \cdot 10^{-2}\ T \cdot (0{,}1\ m)^2 \cdot \cos 0° = 0{,}02 \cdot 10^{-2}\ T \cdot m^2 = 2 \cdot 10^{-4}\ Wb$.

Il tempo impiegato dalla spira per entrare (o per uscire) dal campo magnetico è: $\quad \Delta t = \dfrac{\Delta s}{v} = \dfrac{0{,}1\ m}{1\ m/s} = 0{,}1\ s$.

Nel tempo $\Delta t = 0{,}1\ s$, il flusso del campo magnetico $\vec{B}$ attraverso la spira varia dal valore $\Phi_{1_B} = 0$ (quando la spira sta per entrare nel campo magnetico) al valore massimo $\Phi_{2_B} = 2 \cdot 10^{-4}\ Wb$.

Pertanto l'intensità della forza elettromotrice indotta nella spira quando entra nella regione in cui è presente il campo magnetico è:

$$f.e.m. = \frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = \frac{\Phi_{2_B} - \Phi_{1_B}}{\Delta t} = \frac{(2 \cdot 10^{-4} - 0)\ Wb}{0{,}1\ s} = 2 \cdot 10^{-3}\ V\ .$$

mentre l'intensità della forza elettromotrice indotta nella spira quando esce dalla regione in cui è presente il campo magnetico è:

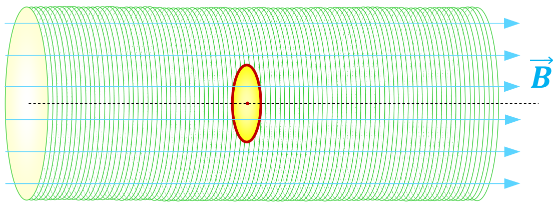
$$f.e.m. = \frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = \frac{\Phi_{1_B} - \Phi_{2_B}}{\Delta t} = \frac{(0 - 2 \cdot 10^{-4})\ Wb}{0{,}1\ s} = -2 \cdot 10^{-3}\ V\ .$$

L'intensità della corrente indotta è:

$$I = \frac{1}{R}\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = \frac{2 \cdot 10^{-3}\ V}{2\ \Omega} = 10^{-3}\ A = 1\ mA\ .$$

Esempio 2

Un solenoide lungo $10\,cm$ composto da $1000\,spire$ di raggio $5\,cm$ è percorso da una corrente di $5\,A$. Al suo interno è posta una spira di raggio $2\,cm$. L'asse della spira coincide con l'asse del solenoide. Determina la $f.e.m.$ indotta nella spira, se la corrente nel solenoide si riduce a zero in $0,01\,s$, con una variazione costante nel tempo.



Soluzione

Il flusso iniziale del campo magnetico attraverso la spira posta all'interno del solenoide è uguale al prodotto del campo magnetico generato dal solenoide per la superficie della spira:

$$\Phi_{1_B} = B\,S\cos\alpha = \mu_0\,N\frac{I}{l}\cdot\left[\pi\cdot\left(r_{Spira}\right)^2\right]\cos 0° = 4\pi\cdot 10^{-7}\frac{N}{A^2}\cdot 1000\cdot\frac{5\,A}{0{,}1\,m}\cdot\pi\cdot(0{,}02\,m)^2\cdot 1 =$$
$$= 0{,}79\cdot 10^{-4}\,T\cdot m^2 \cong 7{,}9\cdot 10^{-5}\,Wb\,.$$

Quando la corrente nel solenoide si riduce a zero, il flusso del campo magnetico attraverso la spira posta all'interno del solenoide anch'esso si riduce a zero $\left(\Phi_{2_B} = 0\right)$.

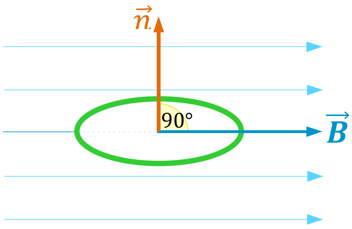
Quindi il flusso passa dal valore massimo $\Phi_{1_B} = 7{,}9\cdot 10^{-5}\,Wb$ *al valore* $\Phi_{2_B} = 0$ *in* $0{,}01\,s$.

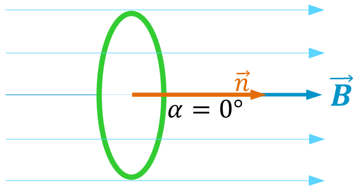
Pertanto la $f.e.m.$ indotta nella spira è :

$$|f.e.m.| = \left|\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t}\right| = \left|\frac{\Phi_{2_B} - \Phi_{1_B}}{\Delta t}\right| = \left|\frac{(0 - 7{,}9\cdot 10^{-5}\,)\,Wb}{0{,}01\,s}\right| = 7{,}9\cdot 10^{-3}\,V\,.$$

Esempio 3

Determina la variazione del flusso di un campo magnetico uniforme, di intensità $0,25\,T$, attraverso una superficie piana circolare di raggio $20\,cm$, nel caso in cui l'angolo tra il campo magnetico e la normale alla superficie vari da $90°$ a $0°$. Determina inoltre la velocità di variazione del flusso nel caso in cui la rotazione avvenga in $0,1\,s$ con velocità angolare costante.





Soluzione

Il flusso del campo magnetico $\vec{B}$ è dato da: $\Phi_B = B\,S\cos\alpha$

Se l'angolo $\alpha = 90°$ $\Rightarrow$ $\Phi_{1_B} = B\,S\cos\alpha_1 = 0{,}25\,T\cdot\pi\cdot(0{,}2\,m)^2\cdot\cos 90° = 0\,.$

Se l'angolo $\alpha = 0°$ $\Rightarrow$ $\Phi_{2_B} = B\,S\cos\alpha_2 = 0{,}25\,T\cdot\pi\cdot(0{,}2\,m)^2\cdot\cos 0° = 0{,}034\,T\cdot m^2 \cong 3\cdot 10^{-2}\,Wb\,.$

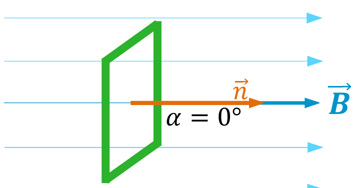
La variazione del flusso è: $\Delta\Phi_B = \Phi_{2_B} - \Phi_{1_B} \cong 3\cdot 10^{-2}\,Wb\,.$

La velocità di variazione del flusso è dato da:

$$\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = \frac{\Phi_{2_B} - \Phi_{1_B}}{\Delta t} = \frac{3\cdot 10^{-2}\,Wb}{10^{-1}\,s} = 3\cdot 10^{-1}\frac{Wb}{s}\,.$$

Esercizio 828.17

Determina il flusso di un campo magnetico uscente da una superficie piana rettangolare le cui dimensioni sono $50\,cm$ e $40\,cm$. Il campo magnetico è uniforme, di intensità $0,1\,T$ ed è diretto perpendicolarmente alla superficie.



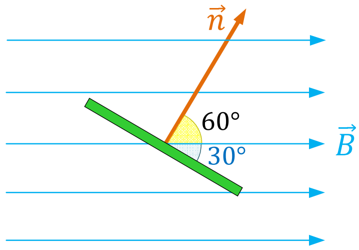
Soluzione

Il flusso del campo magnetico $\vec{B}$ è dato da:

$\Phi_B = B\,S\cos\alpha = 0{,}1\,T\cdot(0{,}5\cdot 0{,}4)m^2\cdot\cos 0° = 0{,}02\,T\cdot m^2 = 0{,}02\,Wb\,.$

Esercizio 828.18

Determina il flusso del campo magnetico entrante in una superficie piana circolare di raggio $20\ cm$. Il campo magnetico è uniforme, di intensità $0,25\ T$ e la sua direzione forma un angolo di $30°$ con la superficie.



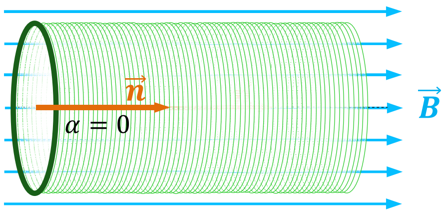
Soluzione

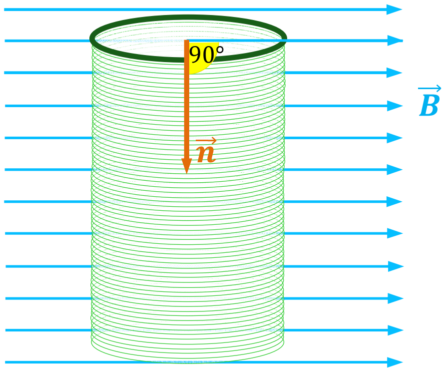
Il flusso del campo magnetico $\vec{B}$ è dato da:

$\Phi_B = B\ S\ cos\alpha = 0,25\ T \cdot \pi \cdot (0,2\ m)^2 \cdot \cos 60° = 0,016\ Wb$.

Esercizio 828.19

Un solenoide con $1000\ spire/metro$ di diametro $12\ cm$, lungo $4\ cm$, è immerso in un campo magnetico di intensità $B = 0,03\ T$, diretto parallelamente al suo asse. A un certo istante il solenoide viene ruotato di 90°, in modo che ciascuna spira sia parallela al campo. Calcola il valore del flusso del campo magnetico attraverso il solenoide nella posizione iniziale e nella posizione finale. Di quanto è variato dopo la rotazione?





Soluzione 1

Il flusso del campo magnetico $\vec{B}$ nella posizione iniziale è:

$\Phi_{B_1} = N_{Spire/metro} \cdot l \cdot B \cdot\ S\ cos\alpha = 1000 \frac{spire}{metro} \cdot 0,04\ m\ \cdot 0,03\ T \cdot \pi \cdot (0,06\ m)^2 cos0° = 0,014\ Wb$.

Il flusso del campo magnetico $\vec{B}$ nella posizione finale è:

$\Phi_{B_2} = N_{Spire/metro} \cdot l \cdot B \cdot\ S\ cos\beta = 1000 \frac{spire}{metro} \cdot 0,04\ m\ \cdot 0,03\ T \cdot \pi \cdot (0,06\ m)^2 cos90° = 0$.

La variazione di flusso è:

$\Delta\Phi_B = \Phi_{B_2} - \Phi_{B_1} = 0 - 0,014\ Wb = -0,014\ Wb$.

Soluzione 2

Il solenoide lungo 4 cm è formato da un numero di spire pari a: $N = 1000 \frac{spire}{metro} \cdot 0,04\ m = 40$.

Il flusso del campo magnetico $\vec{B}$ nella posizione iniziale è:

$\Phi_{B_1} = N\ B\ S\ cos\alpha = 40\ \cdot 0,03\ T \cdot \pi \cdot (0,06\ m)^2 cos0° = 0,14\ Wb$.

Il flusso del campo magnetico $\vec{B}$ nella posizione finale è:

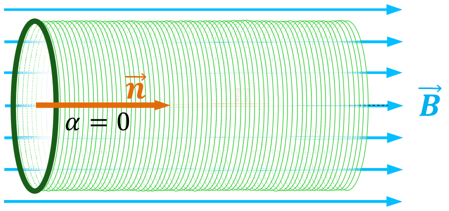
$\Phi_{B_2} = N_{Spire/metro} \cdot l \cdot B \cdot\ S\ cos\beta = 1000 \frac{spire}{metro} \cdot 0,04\ m\ \cdot 0,03\ T \cdot \pi \cdot (0,06\ m)^2 cos90° = 0$.

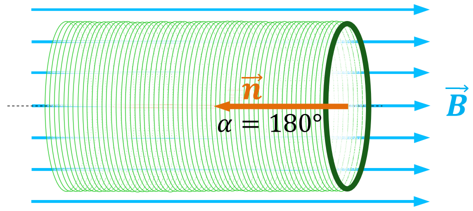
La variazione di flusso è:

$\Delta\Phi_B = \Phi_{B_2} - \Phi_{B_1} = 0 - 0,014\ Wb = -0,014\ Wb$.

Esercizio 828.20

Determina il flusso del campo magnetico uscente da una bobina conduttrice costituita da 500 spire circolari di raggio $10\ cm$, sapendo che il campo è uniforme, di intensità $0,5\ T$ e perpendicolare ai piani delle spire. Determina inoltre la velocità di variazione del flusso uscente dalla bobina, se essa ruota di $180°$ con una frequenza di $100\ Hz$.





<u>Soluzione</u>

Il flusso del campo magnetico $\vec{B}$ nella posizione iniziale è:

$\Phi_{B_1} = N\ B\ S\ cos\alpha = 500 \cdot 0,5\ T \cdot \pi \cdot (0,1\ m)^2 \cdot \cos 0° = 7,85\ Wb$.

Il flusso del campo magnetico $\vec{B}$ nella posizione finale è:

$\Phi_{B_2} = N\ B\ S\ cos\alpha = 500 \cdot 0,5\ T \cdot \pi \cdot (0,1\ m)^2 \cdot \cos 180° = -7,85\ Wb$.

La variazione del flusso è: $|\Delta\Phi_B| = |\Phi_{2_B} - \Phi_{1_B}| = |-7,85 - 7,85|\ Wb = 15,7\ Wb$.

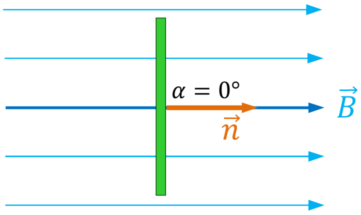
Ricordando che la frequenza è il numero di giri compiuti nell'unità di tempo, cioè $f = \frac{1}{T}$.

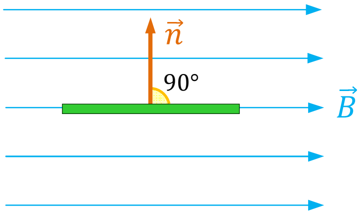
La velocità di variazione del flusso uscente dalla bobina è :

$$\left|\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t}\right| = |\Delta\Phi_B \cdot f| = 15,7\ Wb \cdot 100\ \frac{1}{s} = 1570\ \frac{Wb}{s} .$$

Esercizio 828.21

Una spira rettangolare di lati 25 cm e 32 cm è posta in un campo magnetico con la superficie perpendicolare alle linee di forza. Se la variazione di flusso del campo magnetico attraverso la spira, quando questa viene fatta ruotare di 90°, è – $1,6 \cdot 10^{-2}\ Wb$, determina l'intensità del campo magnetico.





<u>Soluzione</u>

Il flusso del campo magnetico $\vec{B}$ nella posizione iniziale è:

$\Phi_{B_1} = B\ S\ cos\alpha = B\ S \cos 0° = B\ S$.

Il flusso del campo magnetico $\vec{B}$ nella posizione finale è:

$\Phi_{B_2} = B\ S\ cos\alpha = B\ S \cos 90° = 0$.

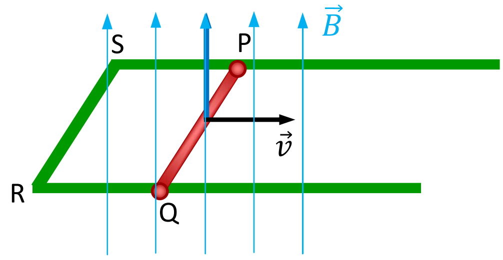
La variazione del flusso è: $\Delta\Phi_B = \Phi_{2_B} - \Phi_{1_B} = 0 - B \cdot S = -B\ S$.

Da cui si ricava l'intensità del campo magnetico:

$$B = -\frac{\Delta\Phi_B}{S} = -\frac{-1,6 \cdot 10^{-2}\ Wb}{0,25\ m \cdot 0,32\ m} = 20 \cdot 10^{-2} \frac{Wb}{m^2} = 0,2\ T .$$

Esempio

Un conduttore si muove lungo due binari conduttori in un campo magnetico diretto perpendicolarmente alla superficie del circuito $PQRSP$ formato dalla barretta e dai binari. L'intensità del campo magnetico è di $1\,T$. La lunghezza della barretta è $PQ = 20\,cm$ e la sua posizione iniziale è quella indicata in figura, con $QR = SP = 50\,cm$. La barretta viene tirata verso destra alla velocità di $10\,cm/s$. Calcola la forza elettromotrice indotta nella barretta. Se la resistenza R del circuito è pari a $10\,\Omega$, calcola l'intensità della corrente indotta.



Soluzione

Sugli elettroni del tratto PQ agisce la forza di Lorentz $F = evB$*, diretta da Q verso P (il verso è opposto perché gli elettroni hanno carica negativa), che genera nel circuito QPSRQ una corrente indotta (di verso opposto a quello degli elettroni, quindi da P verso Q).*

Gli elettroni si muovono come se tra i punti P e Q esistesse una f.e.m. che si può esprimere come:

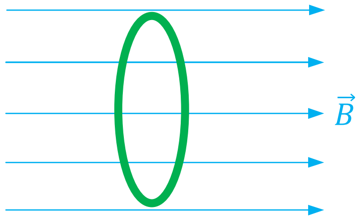
$$f.e.m. = \frac{F}{e} l = \frac{evBl}{e} = Blv = 1\,T \cdot 0{,}2\,m \cdot 0{,}1\frac{m}{s} = 0{,}02\,V \qquad con\;\; l = \overline{PQ}.$$

L'intensità della corrente indotta è:

$$I = \frac{f.e.m.}{R} = \frac{Blv}{R} = \frac{1\,T \cdot 0{,}2\,m \cdot 0{,}1\frac{m}{s}}{10\,\Omega} = 2 \cdot 10^{-3} A\,.$$

Esercizio 833.13

Calcola la f.e.m. indotta in una spira circolare di raggio $r = 40\,cm$, immersa in un campo magnetico variabile uniformemente da zero al valore massimo di $0,2\,T$ in $0,004\,s$.



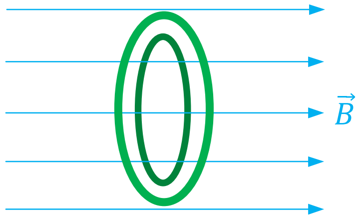
Soluzione

La f.e.m. indotta vale:

$$f.e.m. = \frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = S\,\frac{\Delta B}{\Delta t} = \pi r^2 \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t} = \pi(0{,}4\,m)^2 \cdot \frac{0{,}2\,T}{4 \cdot 10^{-3}\,s} = 25\,\frac{T \cdot m^2}{s} = 25\,V.$$

Esercizio 833.14

La superficie di una spira elastica, immersa in un campo magnetico uniforme di intensità $0,1\,T$ e perpendicolare alla spira, si riduce da $100\,cm^2$ a $50\,cm^2$ in $0,2\,s$, con una variazione uniforme. Qual è la forza elettromotrice indotta nella spira?



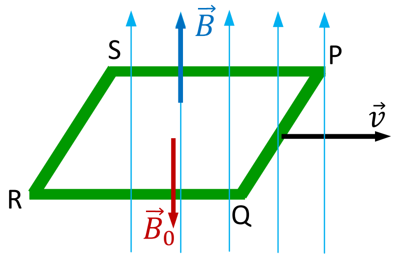
Soluzione

La f.e.m. indotta vale:

$$f.e.m. = \frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = B\,\frac{\Delta S}{\Delta t} = 0{,}1\,T \cdot \frac{(100 \cdot 10^{-4} - 50 \cdot 10^{-4})\,m^2}{0{,}2\,s} = 25 \cdot 10^{-4}\,\frac{T \cdot m^2}{s} = 2{,}5 \cdot 10^{-3}\,V.$$

Esercizio 833.15

Una spira rettangolare di lati $\overline{PQ} = 10\ cm$ e $\overline{SP} = 20\ cm$ entra in una regione in cui esiste un campo magnetico perpendicolare al piano della spira, uniforme e di intensità $2\ T$. Se la velocità della spira è di $1\ m/s$, qual è la f.e.m. indotta ? Se la resistenza della spira è di $5\ \Omega$, qual è l'intensità della corrente indotta? Qual è il suo verso?



<u>Soluzione</u>

Il tempo impiegato dalla spira per entrare completamente nel campo magnetico è: $\Delta t = \frac{\Delta s}{v} = \frac{0{,}2\ m}{1\ m/s} = 0{,}2\ s$.

La f.e.m. indotta vale:

$$f.e.m. = \frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} = B\ \frac{\Delta S}{\Delta t} = 2\ T \cdot \frac{(1 \cdot 10^{-1} \cdot 2 \cdot 10^{-1})\ m^2}{0{,}2\ s} = 20 \cdot 10^{-2}\ \frac{T \cdot m^2}{s}\ =\ 0{,}2\ V.$$

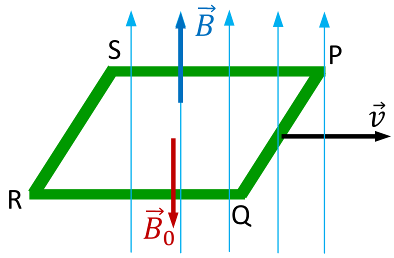
L'intensità della corrente indotta è:

$$I = \frac{f.e.m.}{R} = \frac{0{,}2\ V}{5\ \Omega} = 0{,}04\ A = 4 \cdot 10^{-2} A\ .$$

Il verso della corrente indotta è $P \to Q \to R \to S \to P$ *in modo da creare un campo magnetico* $\vec{B}_0$ *perpendicolare alla spira e diretto verso il basso che va a contrastare l'aumento del flusso del campo magnetico* $\vec{B}$.

Esercizio 833.16

Una spira rettangolare di lati $\overline{PQ} = 5\ cm$ e $\overline{SP} = 10\ cm$ viene estratta da una regione in cui esiste un campo magnetico perpendicolare al piano della spira, uniforme e di intensità $1\ T$. Sapendo che la resistenza elettrica della spira è di 10 Ω e che la corrente indotta che vi circola è di $1{,}5\ mA$, determina la velocità con cui la spira esce dal campo magnetico.



<u>Soluzione</u>

Conoscendo i valori della resistenza elettrica della spira e della corrente indotta che vi circola si può determinare la f.e.m. indotta:

$$f.e.m. = I \cdot R = 1{,}5\ mA \cdot 10\ \Omega = 1{,}5 \cdot 10^{-3}\ A \cdot 10\ \Omega = 1{,}5 \cdot 10^{-2}\ V\ .$$

Dalla formula della $f.e.m. = \frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t}$ *ricaviamo il tempo di uscita della spira:*

$$\Delta t = \frac{\Delta \Phi_B}{f.e.m.} = B\ \frac{\Delta S}{f.e.m.} = \frac{1\ T \cdot (1 \cdot 10^{-1} \cdot 5 \cdot 10^{-2})\ m^2}{1{,}5 \cdot 10^{-2}\ V} = \frac{10}{3} \cdot 10^{-1} \frac{T \cdot m^2}{V} = \frac{1}{3}\ s\ . \qquad (*)$$

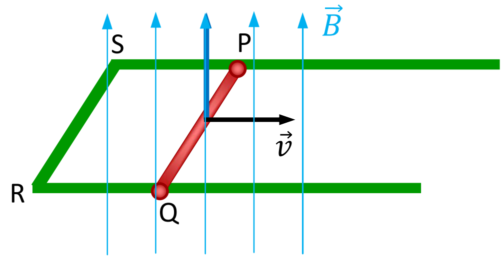
Pertanto la velocità con cui la spira esce dal campo magnetico è:

$$V = \frac{\Delta\ s}{\Delta\ t} = \frac{10^{-1}\ m}{\frac{10}{3} \cdot 10^{-1}\ s} = 0{,}3\ m/s\ .$$

$$(*) \qquad \frac{T \cdot m^2}{V} = \frac{\frac{N}{A \cdot m} \cdot m^2}{\frac{J}{C}} = \frac{N \cdot m}{A} \cdot \frac{C}{N \cdot m} = \frac{C}{\frac{C}{s}} = s\ .$$

Esercizio 833.17.a

Un conduttore si muove lungo due binari conduttori in un campo magnetico diretto perpendicolarmente alla superficie del circuito $PQRSP$ formato dalla barretta e dai binari. L'intensità del campo magnetico è di $1\,T$. La lunghezza della barretta è $PQ = 2\,m$ e la sua posizione iniziale è quella indicata in figura, con $QR = SP = 50\,cm$. La barretta viene tirata verso destra alla velocità di $10\,cm/s$. Calcola la forza elettromotrice indotta nella barretta e il flusso del campo magnetico che attraversa il circuito.



Soluzione

La f.e.m. indotta vale:

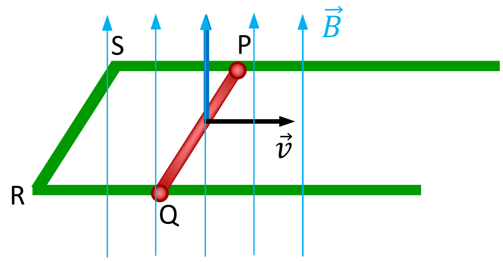
$$f.e.m. = Blv = 1\,T \cdot 2\,m \cdot 0{,}1\frac{m}{s} = 0{,}2\,V \qquad con\ \ l = \overline{PQ}.$$

Il flusso del campo magnetico che attraversa il circuito è:

$$\Phi_B = B \cdot S = 1\,T \ \cdot (2\,m \cdot 0{,}5\,m) = 1\,T \cdot m^2 = 1\,Wb\,.$$

Esercizio 833.17.b

Un conduttore si muove lungo due binari conduttori in un campo magnetico diretto perpendicolarmente alla superficie del circuito $PQRSP$ formato dalla barretta e dai binari. L'intensità del campo magnetico è di $1\,T$. La lunghezza della barretta è $PQ = 0,2\,m$ e la sua posizione iniziale è quella indicata in figura, con $QR = SP = 100\,cm$. La barretta viene tirata verso destra alla velocità di $10\,cm/s$. Calcola la forza elettromotrice indotta nella barretta e il flusso del campo magnetico che attraversa il circuito.



Soluzione

La f.e.m. indotta vale:

$$f.e.m. = Blv = 1\,T \cdot 0{,}2\,m \cdot 0{,}1\frac{m}{s} = 0{,}02\,V \qquad con\ \ l = \overline{PQ}.$$

Il flusso del campo magnetico che attraversa il circuito è:

$$\Phi_B = B \cdot S = 1\,T \ \cdot (0{,}2\,m \cdot 1\,m) = 0{,}2\,T \cdot m^2 = 0{,}2\,Wb.$$

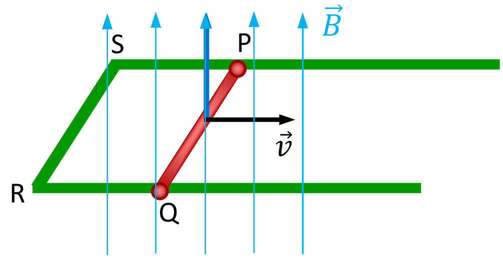
Osservazione

Modificando la lunghezza del tratto $l = \overline{PQ}$ del conduttore, varia sia la $f.e.m.$ e sia il flusso del campo magnetico.
Modificando la lunghezza del tratto QR del conduttore, la $f.e.m.$ resta invariata, mentre cambia il flusso del campo magnetico.

Esercizio 833.18

Una barretta conduttrice scivola lungo due binari conduttori in un campo magnetico uniforme, diretto perpendicolarmente alla superficie del circuito $PQRSP$ formato dalla barretta e dai binari. L'intensità del campo magnetico è di $0,3\ T$.

Se la barretta viene tirata verso destra alla velocità di $1,2\ m/s$, la forza elettromotrice indotta produce in essa una corrente di $24\ mA$.



Sapendo che la resistenza R del circuito è pari a 2 Ω, determina la lunghezza PQ della barretta. Quale lavoro viene compiuto sulla barretta se questa viene tirata per $9\ s$?

Soluzione

Dalla formula: $I = \frac{f.e.m.}{R}$, *si ricava:* $f.e.m. = R \cdot I = 2\ \Omega \cdot 24 \cdot 10^{-3}\ A = 4,8 \cdot 10^{-2}\ V$.

Pertanto la lunghezza PQ della barretta è:

$$l = \frac{f.e.m.}{B\ v} = \frac{4,8 \cdot 10^{-2}\ V}{0,3\ T\ \cdot 1,2\ m/s} = 13,33 \cdot 10^{-2}\ \frac{V}{\frac{T \cdot m}{s}} \cong 13\ cm\ .$$

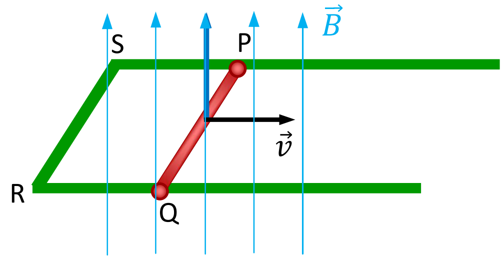
Il lavoro compiuto è:

$$L = F \cdot s = (B \cdot I \cdot l)\ \cdot (v\Delta t) = 0,3\ T \cdot 24 \cdot 10^{-3}\ A \cdot 0,133\ m \cdot 1,2 \frac{m}{s} \cdot 9\ s \cong 1,04 \cdot 10^{-2}\ J\ .$$

$(*)\quad \frac{N}{A \cdot m} \cdot A \cdot m \cdot \frac{m}{s} \cdot s = N \cdot m = J$

Esercizio 833.19

Calcola la potenza dissipata su una spira rettangolare di lati $12\ cm$ e $24\ cm$ rispettivamente, e di resistenza elettrica $20\ \Omega$, per estrarla in $3\ s$ lungo il lato maggiore da una regione in cui esiste un campo magnetico uniforme, perpendicolare al piano della spira, di intensità $0,12\ T$.



Soluzione

La potenza dissipata è data da :

$$P = \frac{L}{t} = \frac{F\ s}{t} = \frac{B \cdot I \cdot l \cdot s}{t}$$

Ma $$I = \frac{f.e.m.}{R} = \frac{B\ l\ v}{R} = \frac{B\ l\ \frac{s}{t}}{R} = \frac{B\ l\ s}{R\ t} = \frac{0,12\ T \cdot 0,12 \cdot 0,24\ m}{20\ \Omega\ \cdot 3\ s} = 5,76 \cdot 10^{-6}\ A\ .$$

Sostituendo nella formula precedente si ottiene la potenza dissipata su una spira rettangolare:

$$P = \frac{B \cdot I \cdot l \cdot s}{t} = \frac{0,12\ T \cdot 5,76 \cdot 10^{-5}\ A \cdot 0,12\ m \cdot 0,24\ m}{3\ s} \cong 6,6 \cdot 10^{-8}\ W\ .$$

$(*)\quad \frac{\frac{N}{A \cdot m} \cdot A \cdot m \cdot m}{s} = \frac{N \cdot m}{s} = \frac{J}{s} = W$

Nota

$$Wb = T \cdot m^2 = \frac{N}{A \cdot m} \cdot m^2 = \frac{N \cdot m}{A} = \frac{J}{A}$$